

PROCESO MODEM ORTOGONALIZANDO AM Y MODULACION DE PRODUCTO

Pedro Danizio¹ (pdanizio@gmail.com), Alejandro Danizio² (aledanizio@gmail.com), Marcelo Cejas¹ (mcejas@frvm.utn.edu.ar), Fabián Sensini¹ (fabiansensini@frvm.utn.edu.ar), Javier Gonella¹ (jngonella@gmail.com)

¹ Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Villa María.
Avda. Universitaria 450, Villa María, Córdoba, Argentina.

² Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Córdoba.
Maestro López esq. Cruz Roja Argentina, Córdoba, Argentina.

Resumen

En el presente trabajo se analiza la convivencia de dos bandas bases diferentes moduladas por producto y en amplitud respectivamente sobre dos portadoras de la misma frecuencia. Estas se mantienen sin correlación por ser las portadoras ortogonales entre sí, debido a la diferencia de fase de 90° entre ambas. El ancho de banda de la señal resultante es el doble de la banda base de mayor ancho que se transmite.

Realizando un análisis en un proceso Modem (Modulación-Demodulación), con enfoque no periódico, como aspecto conclusivo significativo, se demuestra que la recuperación por separado de ambas bandas base, se puede lograr por detección coherente (autocorrelación). La analítica en tiempo y en frecuencia del sistema, se realiza con bandas bases aleatorias. Como soporte de validación práctica, se muestra la simulación de todo el proceso con un enfoque periódico utilizando el entorno MSV14.

Introducción

Un significativo aporte al desarrollo de las comunicaciones analógicas y digitales se basó en poder colocar mayores cantidades de información reduciendo el ancho de las señales. Los sistemas ortogonales son el aporte significativo a ese hecho, ya que permiten convivir en el mismo espacio de densidad espectral informaciones diferentes con igual ancho de banda. Esto se designa como convivencia ortogonal de señales. Las señales se las ortogonaliza de diferentes maneras. En los sistemas digitales una de las formas de hacerlo, es con alfabetos códigos cuyas palabras son ortogonales entre sí y esto se transfiere a las bandas bases multiplicándolas por estas palabras.

En los sistemas analógicos se puede ortogonalizar con portadoras de igual frecuencia con cuadratura de fase entre ellas. También es posible modular en amplitud y frecuencia una misma portadora y mantener la ortogonalidad.

En el estudio de las técnicas de modulación analógicas, el concepto de que dos bandas base con informaciones, diferentes pueden ser moduladas sobre portadoras de la misma frecuencia, ortogonalizadas entre sí por la diferencia de fase, resulta algo dificultoso para la comprensión de los estudiantes de grado. Por ello como material de apoyo a la enseñanza de la ortogonalización de técnicas de comunicaciones se desarrolló el presente trabajo. En el mismo se modula en amplitud y por producto dos bandas bases diferentes sobre dos portadoras en la misma frecuencia ortogonalizadas entre sí por la fase

De la ortogonalidad

Sean dos señales $f_1(t)$ y $f_2(t)$, analizadas en la concepción de vectores en espacios k dimensionales, se puede definir en forma "canónica" (esto es adaptando la definición para cada caso) como producto escalar de estos vectores en un intervalo de tiempo (t_A, t_B) a:

$$\langle f_1(t), f_2(t) \rangle = \int_{t_A}^{t_B} f_1(t) f_2(t) dt \quad (1)$$

A veces se lo divide por el intervalo $\left(\frac{1}{t_A - t_B}\right)$, pero insistimos esta definición es canónica.

Si el producto escalar de dos vectores con magnitudes diferentes de cero, es nulo, son perpendiculares.

Si este producto escalar es nulo y no lo son permanentemente las señales en el intervalo de tiempo, se dice que las señales son ortogonales; linealmente independientes.

Además, si las señales son periódicas y poseen un período común T, puede adoptarse como intervalo de tiempo un período. Las señales son ortogonales si se cumple que:

$$\langle f_1(t), f_2(t) \rangle = \int_0^T f_1(t) f_2(t) dt \quad (2)$$

Dos señales ortogonales pueden ocupar el mismo espacio energético sin mezclarse. Esto se puede lograr ortogonalizando por diferentes acciones: a) por codificación de palabras códigos ortogonales entre sí, b) mediante portadoras de igual frecuencia con fases corridas 90° entre ellas, moduladas en la misma o diferentes técnicas (analógicas y/o digitales), c) también con la misma portadora utilizando diferentes técnicas de modulación.

En este trabajo adoptamos, como portadoras, dos señales de igual frecuencia y desfasadas 90° entre ellas, una como cosenoidal y la otra senoidal, que se mantienen ortogonales tal como se muestran a continuación:

$$\langle \cos \omega_c t, \text{sen} \omega_c t \rangle = \int_0^T \cos \omega_c t \text{sen} \omega_c t dt = 0 \quad (3)$$

Lo que permite modularlas con diferentes técnicas AM y Modulación de producto y dos bandas base diferentes ya que se extiende la ortogonalidad a las señales moduladas. Para lo cual comenzaremos el análisis modulando en AM (amplitud modulada) una portadora (Lathi B. P 1989. Pag.155-160) y la otra por producto DSBSC (doble banda lateral portadora suprimida) ambas con bandas base diferentes. Ambas modulaciones se mantendrán ortogonales y podrán ser recuperadas nuevamente el proceso de detección coherente. El Módem (modulación-demodulación) se muestra en la Fig. 1.

$f_1(t)$ Banda base analógica 1, con transformada $F_1(\omega)$

$f_2(t)$ Banda base analógica 2, con transformada $F_2(\omega)$

$A_c \cos \omega_c t$ portadora a modular en AM con transformada $\pi A_c [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)]$

$A_c \text{sen} \omega_c t$ portadora a modular DSBSC, con transformada $j\pi A_c [\delta(\omega + \omega_c) - \delta(\omega - \omega_c)]$

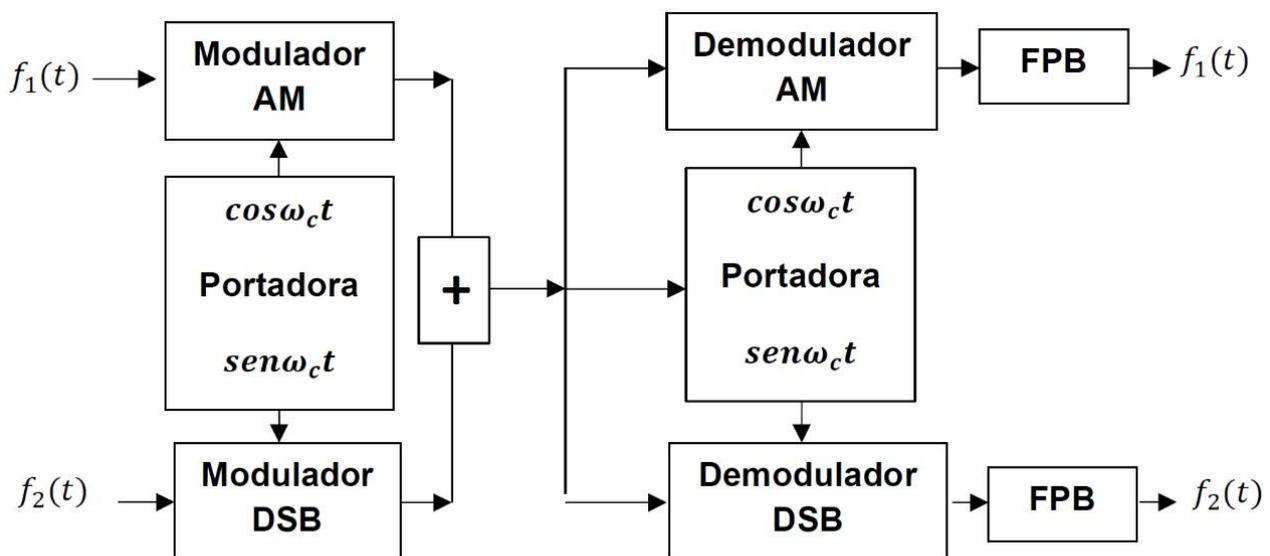


Fig. 1 Diagrama del proceso Módem

De la Modulación

Realizando el análisis temporal la expresión de la señal de AM en tiempo (Blake R. 2004. pag.102-120)

$$\phi_{AM}(t) = (A_c + f_1(t)) \cos \omega_c t \quad (4)$$

En frecuencia

$$\Phi_{AM}(\omega) = \pi A_c [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] + \frac{1}{2} [F_1(\omega + \omega_c) + F_1(\omega - \omega_c)] \quad (5)$$

La expresión de la señal modulada producto

$$\phi_{DSB}(t) = f_2(t) \text{ sen } \omega_c t \quad (6)$$

$$\Phi_{DSB}(\omega) = J \frac{1}{2} [F_2(\omega + \omega_c) - F_2(\omega - \omega_c)] \quad (7)$$

La señal resultante ϕ_{AM-DSB}

$$\phi_{AM-DSB}(t) = (A_c + f_1(t)) \cos \omega_c t + f_2(t) \text{ sen } \omega_c t \quad (8)$$

$$\Phi_{AM-DSB}(\omega) = \pi A_c [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] + \frac{1}{2} [F_1(\omega + \omega_c) + F_1(\omega - \omega_c)] + J \frac{1}{2} [F_2(\omega + \omega_c) - F_2(\omega - \omega_c)] \quad (9)$$

Ambas modulaciones conviven porque la ortogonalidad de las portadoras se transfiere a sus modulaciones. El ancho de banda de la señal modulada es dos veces el ancho de banda base mayor de las dos.

De la Demodulación

La función de ambas modulaciones (ϕ_{AM-DSB}) es detectada por correlación (detección sincrónica), siendo multiplicada por la portadora en seno y coseno simultáneamente y filtrada para obtener la salida por efecto de autocorrelación.

Claramente cuando la portadora está en fase se obtiene la banda base original y la técnica inicial en segunda armónica y componentes de segunda armónica de la señal no correlada. El filtro pasa bajo, solo deja pasar las respectivas bandas base. (Carlson B, et all. 2007. pág. 152-158)

La detección de la señal de AM (Danizio P.2018 pág. 49-60), se obtiene de multiplicar ϕ_{AM-ASK} por la portadora, es decir, $\cos \omega_c t$

$$\phi_{(AM-ASK)DS1}(t) = [(A_c + f_1(t)) \cos \omega_c t + f_2(t) \text{ sen } \omega_c t] \cos \omega_c t \quad (10)$$

resolviendo

$$\phi_{(AM-ASK)DS1}(t) = \frac{A_c}{2} + \frac{f_1(t)}{2} + \frac{A_c}{2} \cos 2\omega_c t + \frac{f_1(t)}{2} \cos 2\omega_c t + \frac{1}{2} f_2(t) \text{ sen } 2\omega_c t \quad (11)$$

Con composición espectral

$$\Phi_{(AM-ASK)DS1}(\omega) = \frac{A_c}{2} \delta(\omega) + \frac{F_1(\omega)}{2} + \frac{\pi A_c}{2} [\delta(\omega + 2\omega_c) + \delta(\omega - 2\omega_c)] + \frac{1}{4} [F_1(\omega + 2\omega_c) + F_1(\omega - 2\omega_c)] + j \frac{1}{4} [F_2(\omega + 2\omega_c) + F_2(\omega - 2\omega_c)] \quad (12)$$

Se obtiene, una componente continua, la banda base de la AM ($f_1(t)$), la segunda armónica de la AM y la segunda armónica de la DSB, donde el filtro pasa bajo solo deja pasar la $f_1(t)$ y de esta manera se recupera la banda base analógica. Siendo $h(t)$, la función de transferencia del filtro pasa bajo ideal, esta se convoluciona con la señal $\phi_{(AM-DSB)DS}(t)$ y a la salida se obtiene la $f_1(t)$.

$$f_1(t) = \phi_{(AM-DSB)DS1}(t) * h(t) \quad (13)$$

La detección de la señal modulada por producto (DSB), se obtiene cuando la $\phi_{(AM-DSB)DS2}(t)$ es multiplicada por $\sin \omega_c t$, de donde

$$\phi_{(AM-ASK)DS2}(t) = [(A_c + f_1(t)) \cos \omega_c t + f_2(t) \sin \omega_c t] \sin \omega_c t \quad (14)$$

Operando

$$\phi_{(AM-ASK)DS2}(t) = \frac{A_c}{2} \sin 2\omega_c t + \frac{f_1(t)}{2} \sin 2\omega_c t + \frac{f_2(t)}{2} - \frac{f_2(t)}{2} \cos 2\omega_c t \quad (15)$$

Con composición espectral

$$\Phi_{(AM-ASK)DS2}(\omega) = j \frac{\pi A_c}{2} [\delta(\omega + 2\omega_c) - \delta(\omega - 2\omega_c)] + j \frac{1}{4} [F_1(\omega + 2\omega_c) + F_1(\omega - 2\omega_c)] + \frac{F_2(\omega)}{2} - \frac{1}{4} [F_2(\omega + 2\omega_c) + F_2(\omega - 2\omega_c)] \quad (16)$$

Se obtiene AM en segunda armónica, la banda base de la DSB ($f_2(t)$) y la DSB en segunda armónica. Considerando $h(t)$, la función de transferencia ideal del filtro pasa bajo, que al convolucionarla con la $\phi_{(AM-ASK)DS1}(t)$, se obtiene la $f_2(t)$. (Stremmler F. 1997. pág. 219-237),

$$f_2(t) = \phi_{(AM-ASK)DS2} * h(t) \quad (17)$$

De la simulación

La simulación en entorno Msv14, se modula una portadora cosenoidal de 100 KHz en AM, con un tono de 4 KHz, ambas de 1 Voltio pico y la portadora ortogonalizada en seno es modulada por producto por una señal de 10 KHz con ambas con amplitud 1 Voltio pico. Para simplificar la representación se muestra con la bloquística de la simulación en la Fig. 2. Donde V_1 y V_3 son los generadores de portadoras con diferencias de fase de 90° . Con V_2 y V_4 , son los generadores de banda base de 4 y 10 KHz respectivamente.

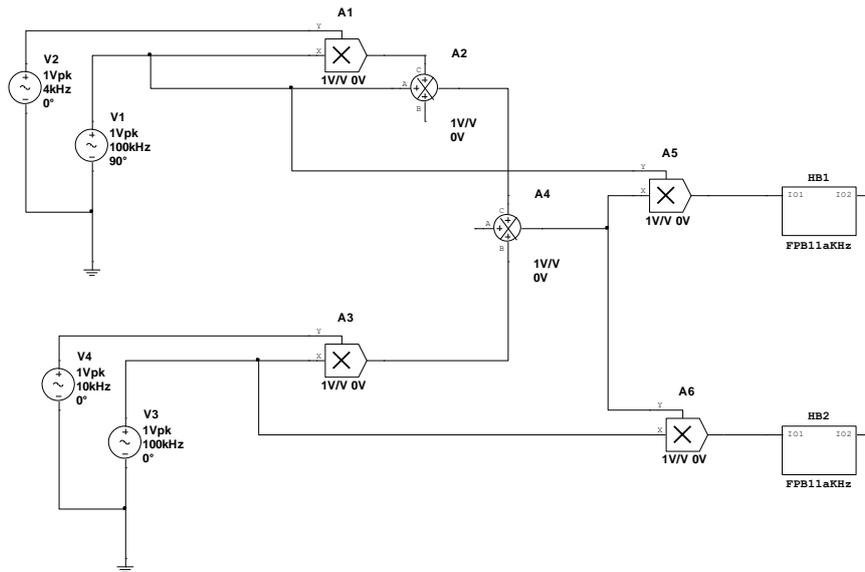


Fig. 2 Modelo de simulación del Módem AM/DSB

De las representaciones en tiempo y frecuencia señal de AM

La señal de la banda base de la AM

$$e_{m1}(t) = 1V \cos 2\pi 4 \cdot 10^3 t \quad (18)$$

la portadora cosenoidal

$$e_c(t) = 1V \cos 2\pi 10^5 t \quad (19)$$

y la señal modulada en AM

$$\phi_{AM}(t) = 1V \cos 2\pi 10^5 t + \frac{1}{2} \cos 2\pi 104 \cdot 10^3 t + \frac{1}{2} \cos 2\pi 96 \cdot 10^3 t \quad (20)$$

Dos bandas laterales en 96 y 104 KHz y la portadora en 100 KHz con índice de modulación 100%. En la Fig. 3, se muestran en tiempo y frecuencia, la banda base analógica de 4 KHz, la portadora de 100 KHz y la señal de AM con índice 100 %. (Danizio et all. 2012. pág. 04-14).

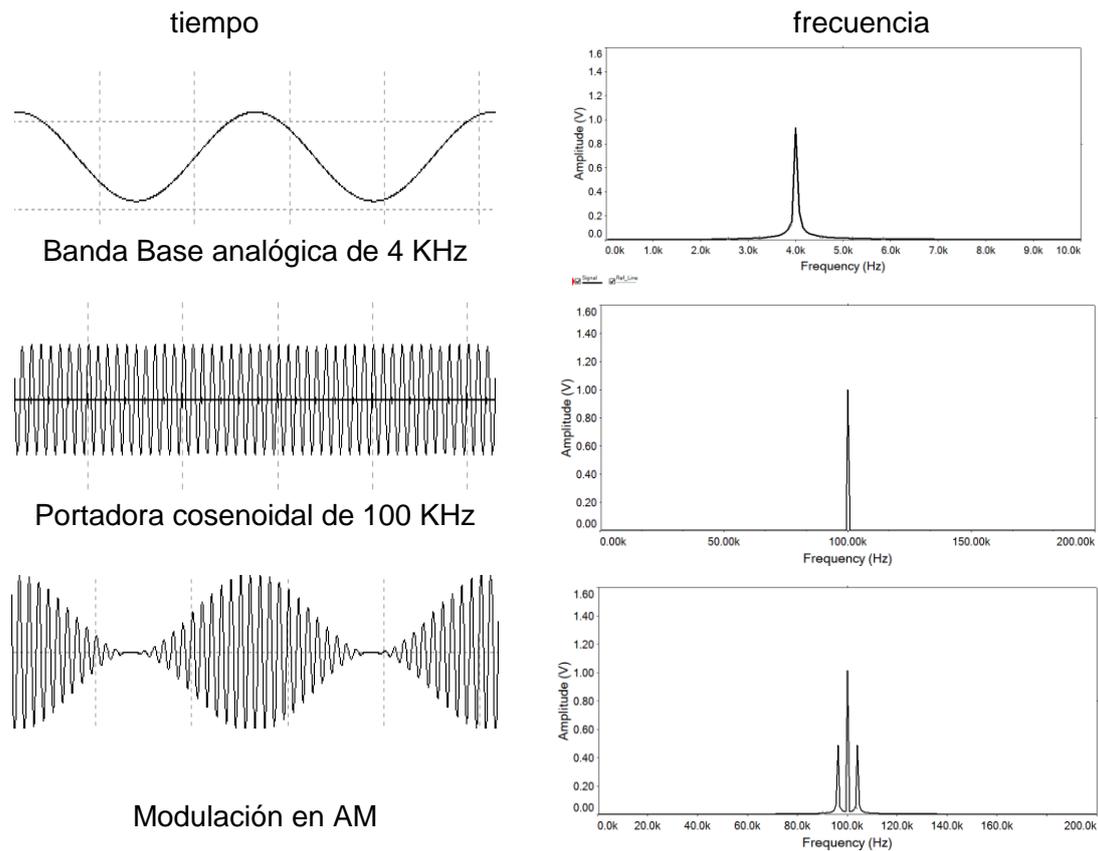


Fig. 3 Proceso de Modulación en AM

Esta es una señal de AM, con la portadora en coseno y sus dos bandas laterales

De las representaciones en tiempo y frecuencia señal de DSB

La señal de la banda base de la DSB

$$e_{m2}(t) = 1V \cos 2\pi 10^4 t \quad (21)$$

la portadora senoidal

$$e_c(t) = 1V \sin 2\pi 10^5 t \quad (22)$$

y la señal modulada en DSB

$$\phi_{DSB}(t) = \frac{1}{2} \sin 2\pi 110 \cdot 10^3 t + \frac{1}{2} \sin 2\pi 90 \cdot 10^3 t \quad (23)$$

Dos bandas laterales en 110 y 90 KHz y la portadora en 100 KHz. En la Fig. 4, se muestran en tiempo y frecuencia, la banda analógica de 10 KHz, la portadora de 100 KHz y la señal de DSB.

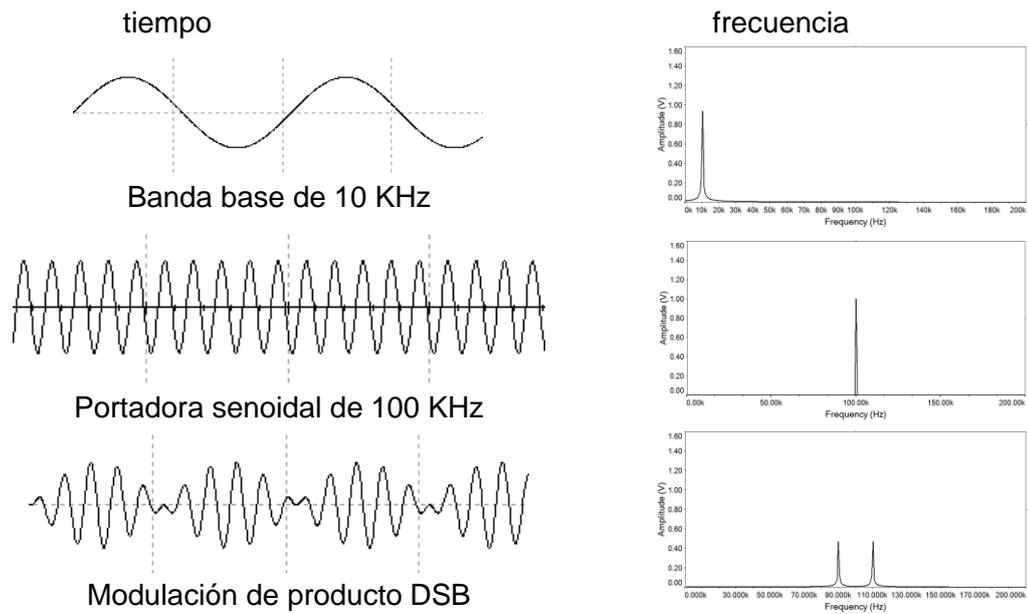


Fig. 4 Proceso de Modulación de producto

Esta es una señal de doble banda lateral con portadora suprimida en seno, que al sumarla con la de AM se mantendrá ortogonalidad.

De la representación en tiempo y frecuencia de la señal $\phi_{AM/DSB}(t)$

La señal ortogonalizada

$$\begin{aligned}
 \phi_{AM/DSB}(t) &= \phi_{AM}(t) + \phi_{DSB}(t) = \\
 &= 1V \cos 2\pi 10^5 t + \frac{1}{2} \cos 2\pi 104 \cdot 10^3 t + \frac{1}{2} \cos 2\pi 96 \cdot 10^3 t - \\
 &\frac{1}{2} \sin 2\pi 110 \cdot 10^3 t + \frac{1}{2} \sin 2\pi 90 \cdot 10^3 t
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

Ambas modulaciones están presentes y en la composición espectral se ven cuatro bandas laterales. Las dos técnicas superpuestas ortogonalizadas, se muestran en tiempo y frecuencia en la Fig. 5

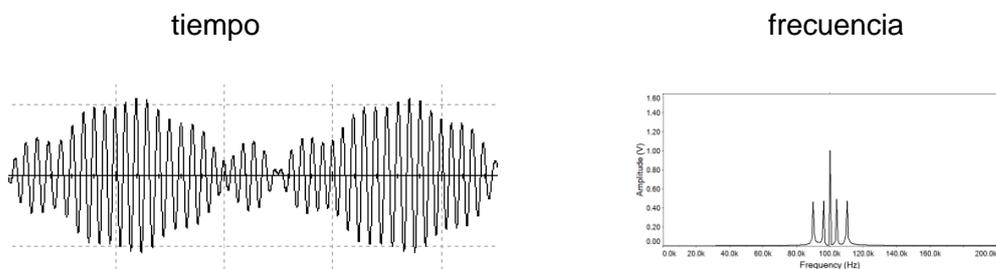


Fig. 5 Señal de AM y DSB en tiempo y frecuencia

El ancho de banda de la señal modulada es de 20 KHz ya que es el mayor ancho de banda base de las dos modulantes.

De la representación en tiempo y frecuencia de la demodulación

La demodulación sincrónica, resulta de multiplicar la función de AM y DSB ($\phi_{AM/DSB}(t)$) por coseno y filtrar para recuperar la banda base de la AM ($e_{m1}(t)$), de la misma forma por seno y filtrar, para recuperar la banda base de la DSB ($e_{m2}(t)$). De donde:

$$\phi_{AM/DSBds1}(t) = \phi_{AM/DSB} \cos \omega_c t = \left[1V \cos 2\pi 10^5 t + \frac{1}{2} \cos 2\pi 104 \cdot 10^3 t + \frac{1}{2} \cos 2\pi 96 \cdot 10^3 t + \frac{1}{2} \sin 2\pi 110 \cdot 10^3 t + \frac{1}{2} \sin 2\pi 90 \cdot 10^3 t \right] \cos 2\pi 10^5 t \quad (25)$$

$$\phi_{AM/DSBds1}(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\pi 4 \cdot 10^3 + \frac{1}{2} \cos 2\pi 2 \cdot 10^5 t + \frac{1}{4} \cos 2\pi 204 \cdot 10^3 t + \frac{1}{2} \cos 2\pi 196 \cdot 10^3 t + \frac{1}{4} \sin 2\pi 190 \cdot 10^3 + \sin 2\pi 210 \cdot 10^3 t \quad (26)$$

Se obtiene continua, banda base de AM, la AM en segunda armónica (portadora en 200 KHz y las dos bandas laterales en 204 y 196 KHz) y la DSB en segunda armónica (dos bandas laterales en 210 y 190 KHz), filtrando se recupera la banda base de AM en este caso los 4 KHz y la continua. Si $h(t)$ es la función de transferencia de un filtro pasa bajo convolucionando queda $e_{m1}(t)$

$$e_{m1}(t) = \phi_{AM/DSBds1}(t) * h(t) \quad (27)$$

La Fig. 6, presenta en tiempo y frecuencia $\phi_{AM/DSB} \cos \omega_c t$ y la banda base a la salida del filtrado $e_{m1}(t)$

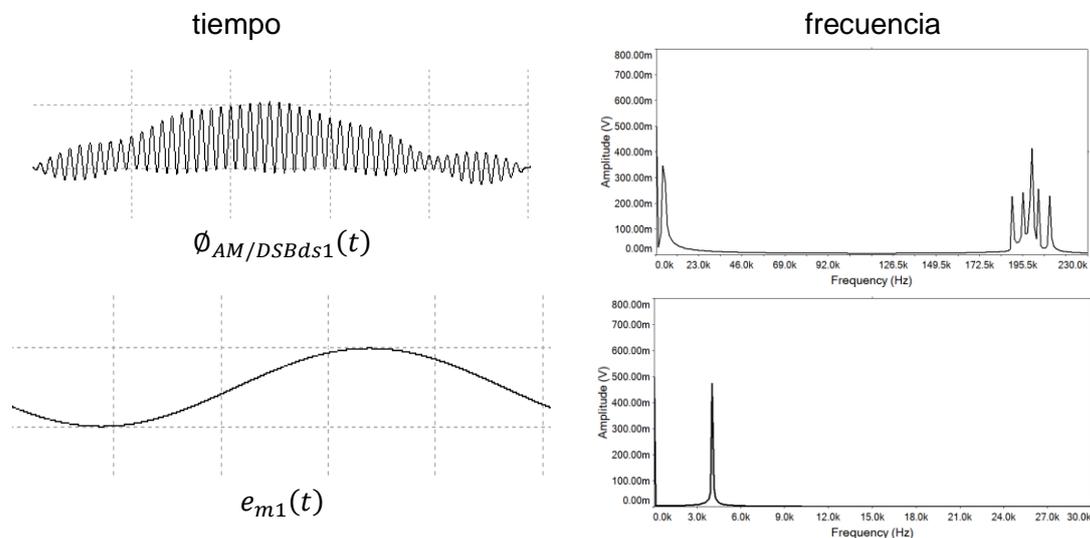


Fig. 6 $\phi_{AM/DSBds1}(t)$ y la banda base de AM ($e_{m1}(t)$)

Para obtener la banda base de la señal modulada por producto se multiplica $\phi_{AM/DSB}$ por seno y se la filtra

$$\phi_{AM/DSBds2}(t) = \phi_{AM/DSB} \sin \omega_c t = \left[1V \cos 2\pi 10^5 t + \frac{1}{2} \cos 2\pi 104 \cdot 10^3 t + \frac{1}{2} \cos 2\pi 96 \cdot 10^3 t + \frac{1}{2} \sin 2\pi 110 \cdot 10^3 t + \frac{1}{2} \sin 2\pi 90 \cdot 10^3 t \right] \sin 2\pi 10^5 t \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \phi_{AM/DSBds2}(t) = & \frac{1}{2} \cos 2\pi 10^4 t + \frac{1}{4} \cos 2\pi 190 \cdot 10^3 t - \frac{1}{4} \cos 2\pi 210 \cdot 10^3 t + \\ & + \frac{1}{2} \cos 2\pi 2 \cdot 10^5 t + \frac{1}{4} \sin 2\pi 204 \cdot 10^3 t + \frac{1}{2} \sin 2\pi 196 \cdot 10^3 t \end{aligned} \quad (29)$$

Se obtiene, banda base de DSB, la DSB en segunda armónica (las dos bandas laterales en 210 y 190 KHz) y la AM en segunda armónica (la portadora en 200 KHz y dos bandas laterales en 204 y 196 KHz), filtrando se recupera la banda base de DSB en este caso los 10 KHz. Si $h(t)$ es la función de transferencia de un filtro pasa bajo convolucionando queda $e_{m2}(t)$

$$e_{m2}(t) = \phi_{AM/DSBds2}(t) * h(t) \quad (30)$$

La Fig. 7, presenta en tiempo y frecuencia $\phi_{AM/DSB}$ *sen* $\omega_c t$ y la banda base a la salida del filtrado $e_{m2}(t)$

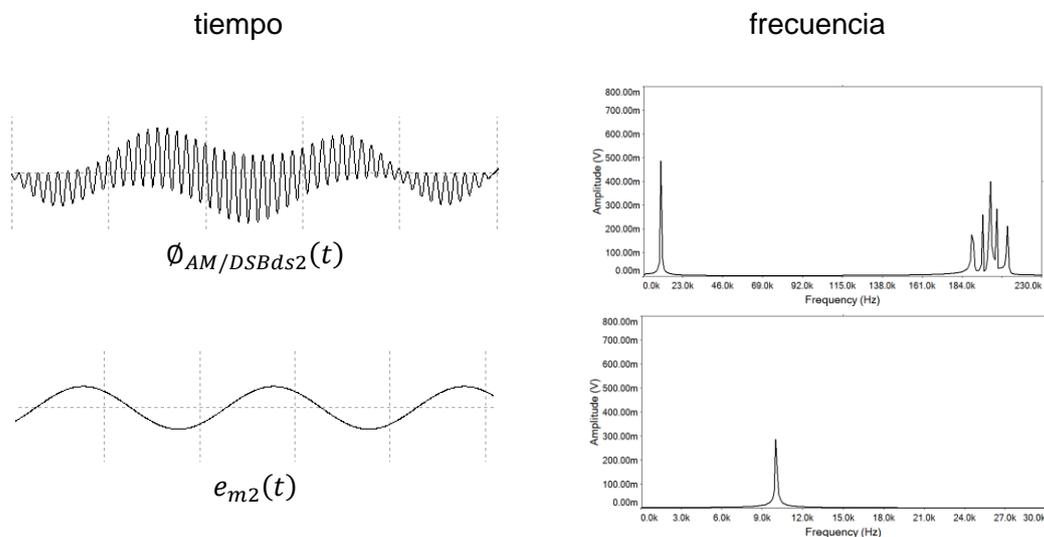


Fig. 7 $\phi_{AM/DSBds2}(t)$ y la banda base de DSB ($e_{m2}(t)$)

Conclusiones

Se puede concluir como aspectos significativos que la ortogonalidad de las portadoras se transfiere a las modulaciones. Por ello mediante la detección sincrónica (autocorrelación) se puede obtener nuevamente por separado ambas bandas base.

El ancho de banda de la señal modulada es dos veces el ancho de banda base mayor de ambas señales. La técnica ocupa el ancho de banda de dos veces, de la señal de mayor ancho de banda base y se están enviando dos informaciones analógicas diferentes y se las recupera por separado. Esta técnica permite compatibilizar bandas bases analógicas y digitales modulando ambas portadoras ortogonales con diferentes técnicas de modulación sean analógicas y/o digitales. Este modelo se podría extender a una transmisión con posibilidades compatibilizar con otros sistemas y sin aumentar el ancho de banda existente y mandar más información.

Referencias

Blake R.: "Sistemas Electrónicos de Comunicaciones". 2º Edición. Thomson. (2004). Pag.102-120.

Carlson B, Crilly P, Rutledge. "Sistemas de Comunicación" 4º Edición. Mac Graw Hill (2007). Pág. 152-158.

Danizio P. "Teoría de las Comunicaciones". 4º Edición. Universitas. (2018). Pág. 48-60

Danizio Pedro - Danizio Eduardo- Danizio Alejandro- Sauchelli Víctor. "**Convivencia ortogonal de señales moduladas**". Revista Tecnología y Ciencia. N° 22. ISSN 1666 – 6917. (2012). Pag. 22-28

Lathi B. P.: "Introducción a la Teoría y Sistemas de Comunicación". 1º Edición. Ed. Limusa. (1989). Pag 169-179 y 155-160.

Stremmer F. G.: "Introducción a los Sistemas de Comunicación". 3º Edición. Addison-Wesley (1997) pág. 219-237.