

MODELADO Y SIMULACIÓN DE UN PLUVIÓGRAFO A CANGILONES

Walter J. D. Cova⁽¹⁾, Sergio D. Carrara⁽²⁾, Sergio J. Farchetto⁽²⁾, Jorge E. Jazni⁽²⁾,
Carlos L. Britez⁽¹⁾, Francisco G. Gutiérrez⁽²⁾

⁽¹⁾Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional La Rioja,
Departamento de Ingeniería Electrónica
San Nicolás de Bari 1100, CP 5300 La Rioja, Argentina

⁽²⁾Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Córdoba,
CUDAAR -Centro Universitario de Desarrollo en Automación y Robótica,
Maestro M. López y Cruz Roja Argentina, X5016ZAA Córdoba, Argentina.

Resumen: En este trabajo se formula un modelo físico-matemático para un pluviógrafo a cangilones, determinándose los errores de medición del instrumento mediante simulaciones numéricas, en base a cuyos resultados se define una función empírica que posibilita compensarlos. El objetivo final perseguido es el desarrollo de un instrumento de sensibilidad ajustable, con almacenamiento y transmisión de datos a demanda vía GPRS, junto con sus correspondientes dispositivos y procedimientos de calibración, destinado a la medición de precipitaciones líquidas.

Palabras clave: meteorología, pluviometría, modelado y simulación, análisis de errores.

1. INTRODUCCIÓN

La medición de intensidades de precipitación de lluvia constituye una rama altamente desarrollada de las medidas meteorológicas (Práger y Van der Meulen, 2006), contribuyendo a la cuantificación de los recursos hídricos disponibles.

La variación espacio-temporal de la intensidad de lluvia a escala local y regional es un dato de partida fundamental para gran cantidad de estudios (Houghton, 1985; Potter et al., 2002), incluyendo entre otros las prospecciones agroindustriales y la planificación y gestión tanto de sistemas de drenaje como de redes de telecomunicación de microondas.

Debe destacarse por otra parte que año tras año se vuelve más acuciante la problemática pluvial urbana: el constante crecimiento de las superficies urbanizadas hace necesario agilizar la planificación y gestión

de los sistemas de drenaje, cuyo objetivo final es la preservación de la calidad de vida de los habitantes. La integración de pluviógrafos en una red de monitoreo de variables ambientales, posibilita las mediciones de intensidades locales de precipitación destinadas a facilitar el accionar de los organismos de prevención de catástrofes.

A partir del primer pluviógrafo a cangilones construido por Sir Christopher Wren en 1662 (Tinniswood, 2001) mucho se ha avanzado en la tecnología de estos instrumentos, pero sólo desde épocas recientes (Humphrey et al., 1997) se ha tenido en cuenta el carácter esencialmente dinámico de los errores de medición asociados a los mismos, destacándose la importancia de los procedimientos de calibración. Las precisiones standard de medición han sido establecidas por especificaciones de CIMO –Commission for Instruments and Methods of

Observation– perteneciente a la World Meteorological Organization, y detalladas en WMO, (2008).

En este trabajo se formula un modelo físico-matemático de un pluviógrafo a cangilones y se intenta establecer el grado de influencia de sus parámetros constructivos sobre los errores de medición por medio de simulaciones numéricas. El objetivo final perseguido –en el marco de un proyecto interfacultades de la Universidad Tecnológica Nacional– es el desarrollo de un pluviógrafo a cangilones con almacenamiento y transmisión de datos a demanda vía GPRS, junto con los correspondientes dispositivos y procedimientos de calibración.

En la Sección 2 de este trabajo se desarrolla el modelo físico-matemático detallando las suposiciones y simplificaciones adoptadas. La Sección 3 expone los resultados obtenidos mediante simulación numérica, destacando la influencia relativa de los diversos parámetros y factores; se analiza además tanto los errores de medición, como un procedimiento destinado a su compensación. En la Sección 4 se resumen los resultados alcanzados y se plantean futuros desarrollos.

Por razones de comodidad para la interpretación de los resultados numéricos, en el presente trabajo se ha empleado el sistema de unidades CGS.

2. MODELO PROPUESTO

De acuerdo a la Fig. 1, que muestra un esquema de principio del instrumento, se supone que la precipitación pluvial es canalizada hacia el medidor basculante a través de un embudo con un tubo de 6 mm de diámetro, siendo almacenada en uno de los cangilones hasta que la cupla producida hace bascular el sistema, con lo que se descarga el cangilón lleno y pasa a llenarse el que se encontraba vacío.

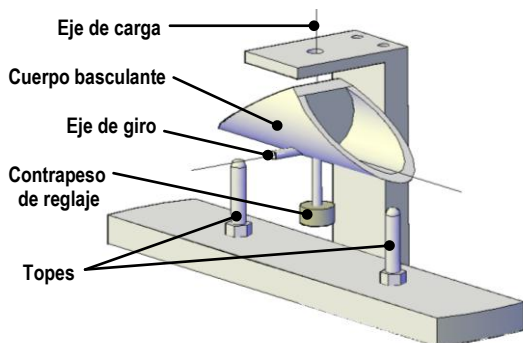


Figura 1. Esquema elemental del pluviógrafo

El contrapeso de reglaje permite ajustar la sensibilidad del dispositivo para adaptarla al rango de lluvias a medir.

En la Fig. 2 se muestran las dimensiones principales asociadas a un cangilón, que se consideran al solo objeto de ejemplificar los cálculos. Con el reglaje ajustado a 0.85 cm de distancia entre el contrapeso y el eje de giro, el volumen de accionamiento para cada cangilón es de 8 cm³. Ajustando el contrapeso a 3 cm, el volumen de accionamiento se reduce a 4 cm³, resultando entonces un dispositivo adaptable a diversos niveles de precipitación.

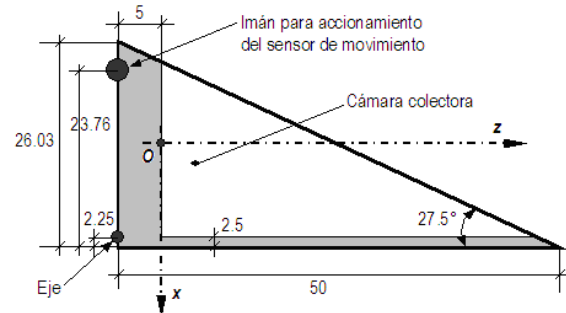


Figura 2. Dimensiones en mm.

La ecuación de movimiento del instrumento alrededor de su eje de giro está dada por

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = T, \quad (1)$$

siendo respectivamente θ, J, T los valores instantáneos del ángulo rotado, del momento de inercia y de la cupla actuante. Inercia y cupla se pueden considerar compuestas por

$$\begin{aligned} J &= J_{\text{cuerpo}} + J_{\text{regl}} + J_{\text{liq}} \\ T &= T_{\text{cuerpo}} + T_{\text{regl}} + T_{\text{liq}} + T_{\text{exc}} + T_{\text{tope}} \end{aligned} \quad (2)$$

El significado de los subíndices empleados es el siguiente: $|_{\text{cuerpo}}$ corresponde a valores constantes asociados al cuerpo del dispositivo; $|_{\text{regl}}$ a valores dependientes del ajuste del reglaje; $|_{\text{liq}}$ a aquellos correspondientes al líquido almacenado en los cangilones; $|_{\text{exc}}$ los originados por el excedente de líquido que se derrama por el borde del cangilón; mientras que $|_{\text{tope}}$ corresponde a las reacciones de topes. En el presente trabajo se supone que el comportamiento del líquido es *sloshing-free*, es decir libre de choques, turbulencias y oscilaciones (Dodge, 2000), considerándose además como despreciable la influencia de cuplas de fricción y efectos de viscosidad del líquido.

Los momentos de inercia y cuplas, Ecs.(2), dependen tanto de la geometría del dispositivo como de la intensidad de precipitación medida. A continuación se procede a su descripción sistemática.

2.1 Momentos de inercia.

Los cálculos de los momentos de inercia (J_{cuerpo} , J_{regl}) del cuerpo y del dispositivo de reglaje respecto del eje de rotación no ofrecen dificultad alguna, arrojando valores que intervienen como constantes en el proceso de simulación. Distinto es el caso del momento de inercia de la masa líquida contenida por cada cangilón (J_{liq}). Suponiendo que tal masa no sufre ni turbulencia ni agitación, la misma adoptará la forma geométrica interior del cangilón, conformando una cuña cilíndrica de base segmento-circular (ver Fig. 3).

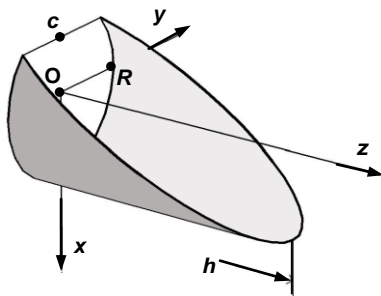


Figura 3. Cuña cilíndrica y sus parámetros referidos a coordenadas centradas en la base circular.

Debe observarse que las superficies laterales de la cuña cambian con el ángulo de rotación (θ) del cangilón, mientras que su volumen (V) depende del aporte de líquido y no puede exceder de un límite superior ($V_{\text{máx}}$) para cada valor de θ .

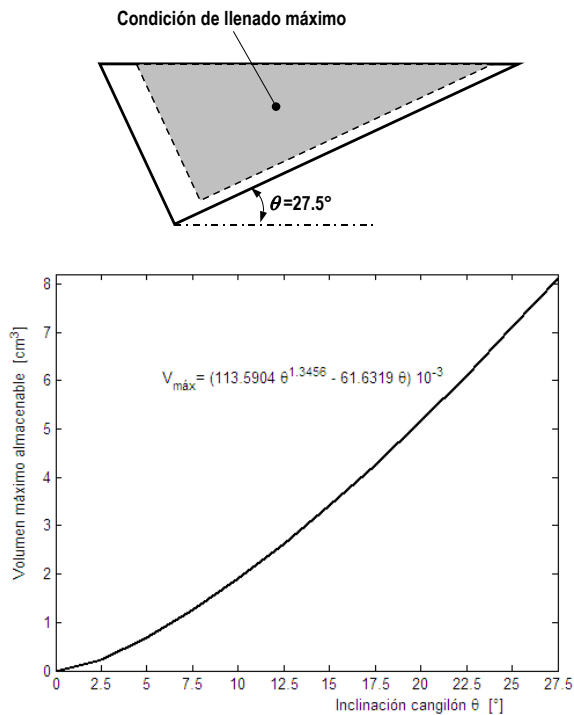


Figura 4. Volumen máximo almacenable, como función del ángulo θ de inclinación.

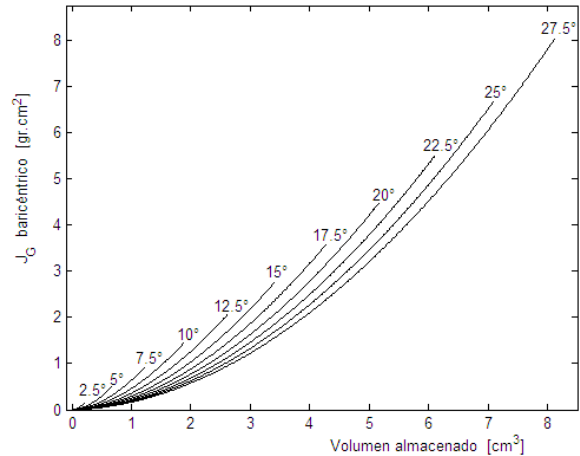


Figura 5. Momento de inercia respecto eje baricéntrico paralelo a Oy . Parámetro: ángulo de inclinación θ .

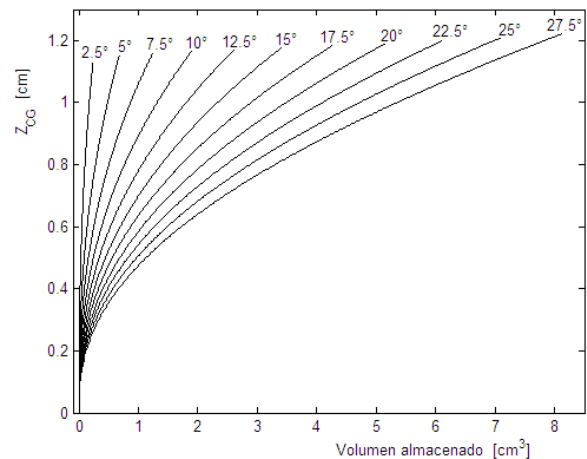
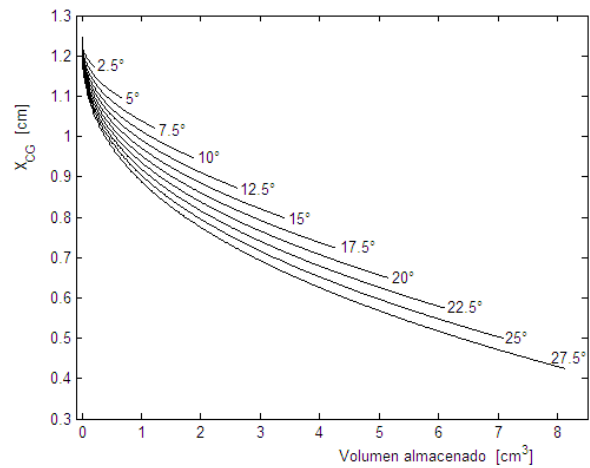


Figura 6. Cuña líquida: coordenadas del centro de gravedad. Parámetro: ángulo de inclinación θ .

Si bien existen fórmulas cerradas para el cálculo del volumen de una cuña cilíndrica cualquiera (Weisstein, 2009), no ocurre lo mismo para su momento de inercia. Siendo que el eje de basculamiento del cangilón es paralelo al eje Oy de la Fig. 3, se puede calcular el momento de inercia baricéntrico de la cuña, considerándola subdividida

en paralelepípedos elementales paralelos al plano yOz de espesor Δx , ancho $2y$ y altura z , siendo

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{R^2 - x^2} \\ z &= h \cdot \frac{x - c}{R - c} \end{aligned} \quad (3)$$

La Fig. 5 muestra los valores calculados del momento de inercia, mientras que los gráficos de la Fig. 6 corresponden a la posición del centro de gravedad de la cuña líquida, como función de su volumen e inclinación. Estos valores, con las correcciones aportadas por el teorema de Steiner, permiten generar tablas utilizables en las simulaciones numéricas.

2.2 Cuplas.

Las cuplas T_{cuerpo} , T_{regl} al ser originadas por componentes de geometría constante, dependen exclusivamente del ángulo de inclinación del dispositivo y no ofrecen dificultades para su cálculo.

Se supone que el ingreso de líquido proveniente del embudo captor, es según un eje vertical que intersecta al eje de rotación del pluviógrafo, por lo que no genera cupla de basculamiento.

En la Ec.(2) T_{liq} corresponde a la cupla originada por el líquido almacenado en cada cangilón, la que se calcula en base al volumen instantáneo almacenado (Fig. 5) y la correspondiente posición del centro de gravedad (Fig. 6):

$$T_{\text{liq}} = \rho g V \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ (x_o - x_{CG}) & 0 & (z_o - z_{CG}) \\ \cos \theta & 0 & \sin \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

donde

ρ es la densidad del líquido,
 g la aceleración de la gravedad,
 V el volumen del líquido almacenado,
 x_o, z_o coordenadas del origen de la terna de la Fig. 3 respecto de la terna centrada en el eje de pivotamiento, cuyos vectores unitarios son $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$,
 x_{CG}, z_{CG} baricentro del líquido (Fig. 6),

habiéndose definido previamente los restantes símbolos.

Durante el proceso de basculamiento, se vierte por el borde del cangilón el exceso de líquido almacenado. A los efectos de la simulación no se consideran efectos de viscosidad del líquido durante el transitorio de escurrimiento, sino solamente el momento ejercido por el peso del líquido que se derrama desde el extremo del cangilón (T_{exc}). Considerando que en un intervalo de simulación (Δt) el volumen de líquido

se incrementa proporcionalmente al caudal aportado (q) por la precipitación, se tendrá que

$$V_i = V_{i-1} + q_i \Delta t \quad (5)$$

y si para el correspondiente ángulo de inclinación (θ_i) es $V_i > V_{\text{max}}(\theta_i)$, se derramará el exceso de agua y se generará una cupla proporcional a $\rho g [V_i - V_{\text{max}}(\theta_i)]$.

La cupla de tope T_{tope} , solamente se ejerce cuando el ángulo de inclinación es igual a $\pm \theta_{\text{max}}$ y la suma de las restantes cuplas actuantes tiende a hacer $\theta > \theta_{\text{max}}$ en valor absoluto. A todos los efectos se considera al choque del cangilón contra el tope como perfectamente inelástico, siendo nulo el coeficiente de restitución de energía.

2.3 Distribución de la precipitación.

El conducto de alimentación de líquido posee un radio $r = 3\text{mm}$, y se ubica a una distancia $d_E = 35\text{mm}$ del eje de rotación, actuando la cresta (o unión de cangilones) como divisor de aguas entre recipientes. La Fig. 7 muestra la sección de salida del embudo rebatida en torno a un eje normal al eje de rotación del dispositivo. Se considera que la proporción de líquido que corresponde a cada cangilón está dada por:

$$C_A = \frac{A}{\pi r^2} \quad (6)$$

donde A es la superficie del segmento circular que enfrenta a cada cangilón que, para el área sombreada de la Fig. 7 (cangilón izquierdo), vale:

$$A = \frac{r^2}{2} (\gamma - \sin \gamma) \quad (7)$$

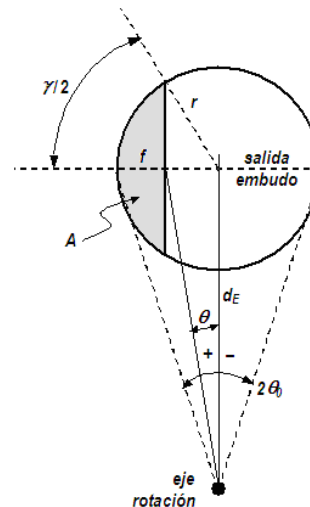


Figura 7. Geometría de distribución.

y, en función de los restantes elementos geométricos, se puede escribir

$$\gamma = 2 \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{r^2 - (r-f)^2}}{r-f} \right] \quad (8)$$

$$f = d_E (\tan \theta_0 - \tan \theta) \quad (9)$$

$$\theta_0 = \tan^{-1} (r/d_E); \quad (10)$$

para $r = 3\text{mm}$ y $d_E = 35\text{mm}$ resulta $\theta_0 = 4.9^\circ$, con lo que se calcula el coeficiente de distribución C_A , Ec.(6), cuya gráfica (correspondiente al cangilón izquierdo) se muestra en la Fig. 8. Justamente en esta figura se evidencia una fuente de error de medición, ya que en la posición $\theta = 0^\circ$, donde el cangilón debiera encontrarse totalmente descargado, sigue fluyendo al mismo el 50% de la precipitación captada, la que debiera estar contribuyendo al llenado del cangilón opuesto, supuesto un funcionamiento ideal.

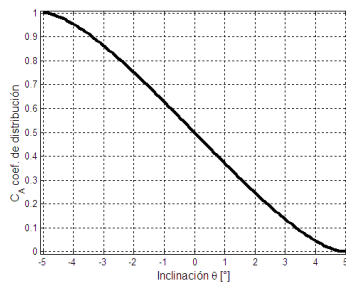


Figura 8. Coeficiente de distribución de líquido.

3. SIMULACIÓN NUMÉRICA

La Fig. 9 indica el esquema general de simulación empleado, el cual se ha implementado empleando Simulink®.

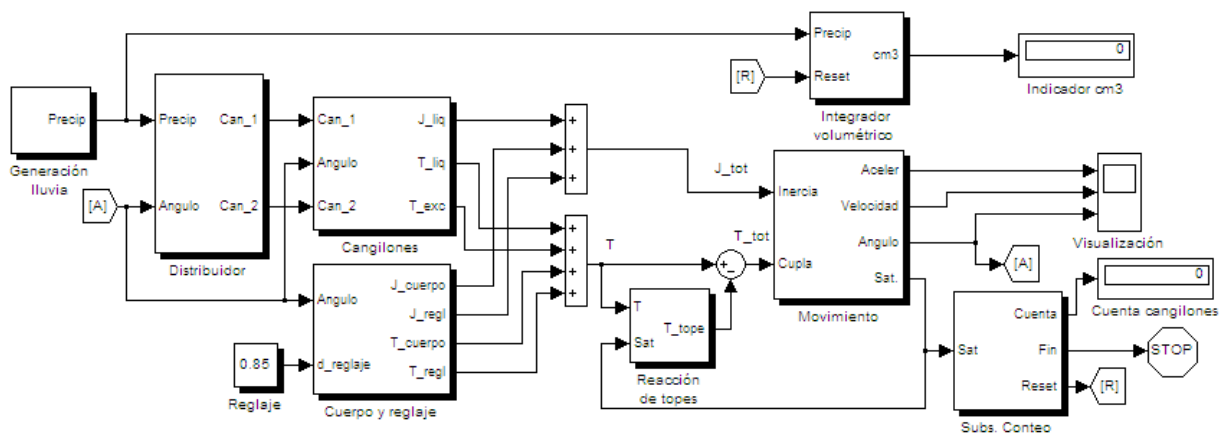


Figura 9. Esquema general de simulación numérica.

Se ha optado por un método de integración numérica de paso fijo, Runge Kutta de cuarto orden. El paso de integración fijo, convenientemente elegido, facilita el cálculo del momento T_{exc} en función de la variación del volumen de líquido almacenado entre dos pasos sucesivos.

3.1 Comportamiento dinámico.

Simulando una precipitación de 40 mm/h, que se traduce en un caudal de $0.3491 \text{ cm}^3/\text{s}$ de lluvia en el instrumento y ajustando el reglaje al valor $d_E = 0.85 \text{ cm}$, se obtienen las gráficas de ángulo de inclinación y velocidad angular vs tiempo que se muestran en la Fig. 10 para una cangilonada.

Nótese que el incremento relativo de la velocidad angular para θ cercano a 0° , es provocado por el aflujo de agua al cangilón complementario, lo que tiende a frenar el basculamiento.

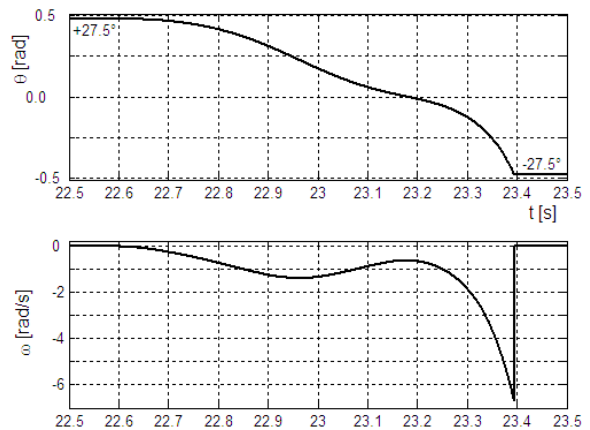


Figura 10. Ángulo de inclinación y velocidad.

La Fig. 11 muestra la evolución temporal del momento de inercia respecto del eje de rotación. Como era de esperarse, la figura muestra un crecimiento parabólico durante la etapa de llenado del cangilón. La variación total del momento de inercia debida a la acumulación de agua es del orden del 40% .

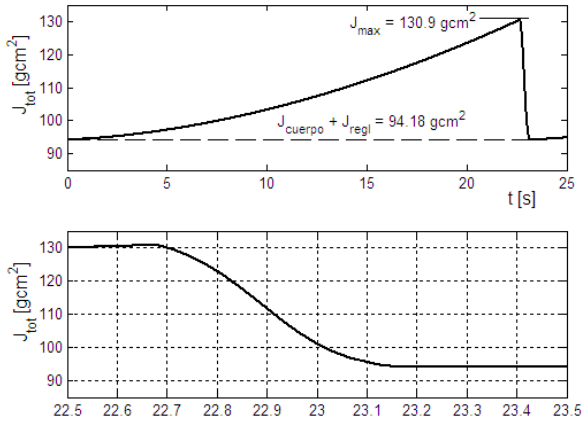


Figura 11. Variación del momento de inercia

Al producirse el basculamiento, el transitorio de disminución del momento de inercia no es abrupto sino suavizado por el proceso gradual de descarga y por el llenado del cangilón complementario, como puede apreciarse en la gráfica inferior de la Fig. 11.

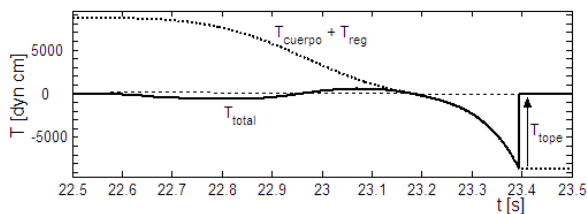


Figura 12. Cuplas principales.

La Fig. 12 muestra la cupla total actuante sobre el instrumento. En condiciones de equilibrio estático (para $\theta = \pm \theta_{max}$) la cupla de reacción de tope mantiene nulo el momento total actuante.

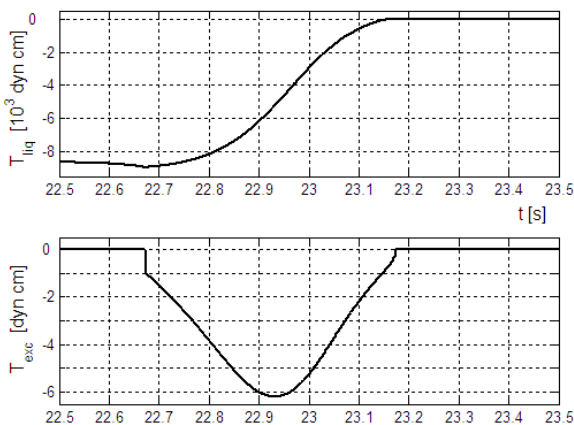


Figura 13. Cuplas debidas al líquido almacenado y al excedente.

En la Fig. 13 se exhiben la cupla debida a la acumulación de agua en las cazoletas y la originada por el escurrimiento del líquido excedente. Se debe destacar el cambio de escala vertical en las gráficas de T_{liq} y T_{exc} : el valor máximo de T_{exc} (-6.2 dyn cm) coincide temporalmente con $T_{liq} = -5000$ dyn cm: en definitiva, la cupla originada por el escurrimiento del exceso de líquido resulta despreciable frente a la debida al líquido almacenado.

3.2 Errores de medición.

Se analizarán a continuación los errores de medición inducidos por la dinámica del dispositivo, a fin de plantear un procedimiento viable para su compensación.

Si el instrumento fuera ideal, el basculamiento de los cangilones se produciría en forma instantánea y toda la lluvia recogida se almacenaría en las cazoletas para producir el movimiento. Siendo finita la duración del desplazamiento angular (del orden de 0.8 segundos para el reglaje adoptado), una parte del agua se pierde y no es “contada” por el instrumento. Para cuantificar este efecto se realizó un conjunto de simulaciones para diferentes regímenes de lluvia, a fin de determinar en cada caso el volumen real de agua asociado a una cangilonada y el intervalo de tiempo entre cangilones sucesivos.

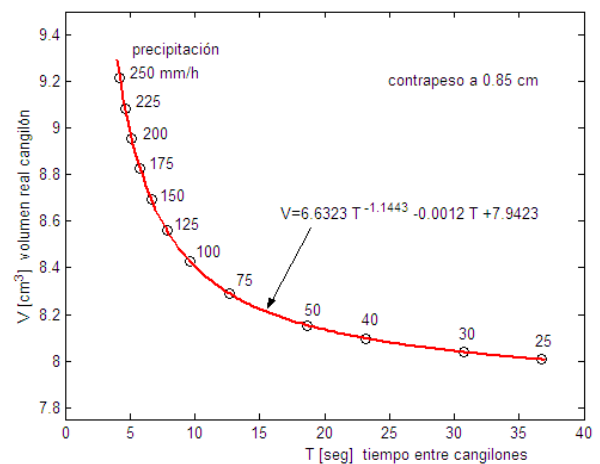


Figura 14. Volumen trasegado vs tiempo entre cangilones.

De acuerdo a lo indicado, se obtuvieron los resultados graficados en la Fig. 14. Por cierto, a cada reglaje del contrapeso corresponderá una curva particular. Se realizó un ajuste funcional no lineal al efecto de determinar una relación empírica entre volumen real (V , cm^3) y tiempo entre cangilones (T , s), obteniéndose la expresión:

$$V = 6.6323 T^{-1.1443} - 0.0012 T + 7.9423 \quad (11)$$

Registrando el tiempo de ocurrencia de cada basculamiento, resultaría posible calcular por diferencia el intervalo entre cangilones y, aplicando la Ec.(11), deducir el volumen de agua correspondiente, como asimismo la intensidad de precipitación promediada en el intervalo. Aparece de esta manera esbozado un procedimiento simple de compensación de errores, cuya efectividad merece ser evaluada.

Para ello, se diseñó un conjunto de experimentos de simulación consistentes cada uno en generar un proceso de lluvia de variación conocida, con una componente aleatoria superpuesta, al objeto de contrastar el volumen real de lluvia (obtenido por integración) con el volumen indicado (calculado en base al conteo de cangilones nominales) y el volumen corregido de acuerdo a los tiempos de ocurrencia y la fórmula empírica (11).

A modo de ejemplo se describe uno de los experimentos realizados. Se simuló 1 hora de lluvia con las siguientes características: precipitación inicial de 100 mm/hora que crece con pendiente constante hasta 225 mm/hora. Superpuesto un ruido de ancho de banda limitado con distribución normal, media 0 mm/hora y desviación standard de 5 mm/hora, muestreado a 1 segundo, que produce una variación máxima de ± 15 mm/hora alrededor de su valor medio.

De acuerdo a la Fig.14, para precipitaciones entre 25 y 225 mm/hora, el volumen real del cangilón crece de 8 a 9.08 cm³. En consecuencia es esperable un error máximo (por defecto) de -12.2% si se opera con el valor nominal del cangilón (8 cm³).

Efectuada la simulación, en 3600 segundos se obtuvieron por integración de la precipitación 5105.44 cm³ y una cuenta de 580 cangilones. El volumen indicado resultó ser 580×8=4640 cm³, con un error de -9.1%, valor consistente con el error máximo previsto.

Si tan sólo se calcula el tiempo medio entre cangilones ($3600/580 = 6.207$ seg), el volumen medio corregido que se obtiene mediante la Ec. (11) es de 8.756 cm³, con un total 5078.5 cm³ (y un error de -0.53%).

Empleando los valores almacenados correspondientes a los tiempos de ocurrencia de cada cangilonada y aplicando en cada punto la fórmula correctiva, se determina un volumen corregido acumulado de 5102.2 cm³ que, comparado con el valor exacto obtenido por integración (5105.44 cm³) arroja un error de -0.06%.

Los valores precedentes fueron calculados para una discriminación de 1ms en el registro de tiempo (coincidente con el paso de integración empleado).

No se verificaron modificaciones apreciables en los resultados truncando el registro de los eventos en la décima de segundo. Observaciones totalmente concordantes se realizaron para diversos regímenes de lluvia simulados.

4. CONCLUSIONES Y FUTUROS DESARROLLOS

El modelo desarrollado y su simulación numérica han permitido caracterizar la influencia de la principal fuente de errores del instrumento. Se determinó asimismo la utilidad de un procedimiento de corrección que se funda en una fórmula empírica, para cuya determinación práctica se requiere emplear un dispositivo de calibración que proporcione un caudal de agua constante y conocido al pluviógrafo. Este requerimiento impone un desarrollo necesario para el futuro.

Por otra parte se destaca la importancia de contar con un reloj digital estable y sincronizable, incluido en la electrónica del instrumento. La sincronización deberá ser realizada vía GPRS desde una estación de comando centralizada, o para aquellas localizaciones privadas de señal, la sincronización quedará a cargo del operador asignado a la recolección periódica de datos.

RECONOCIMIENTOS

El presente trabajo forma parte de un Proyecto de Investigación y Desarrollo Interfacultades al que concurren las Regionales Córdoba y La Rioja de la Universidad Tecnológica Nacional. Además de los autores, participan del proyecto los docentes investigadores Humberto E. Marinelli y Gustavo R. Bustos del Departamento de Electrónica de la FRLR. Es menester destacar la labor de asesoramiento y consultoría brindada por el Ing. Juan Weber, director del Laboratorio de Hidráulica de la Facultad Regional Córdoba.

REFERENCIAS

- Dodge F.T., 2000: *The New "Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers"*. Southwest Research Institute. San Antonio, Texas.
- Houghton D. D., 1985: *Handbook of Applied Meteorology*. John Wiley and Sons. New York.
- Humphrey M.D., Istok J.D., Lee J.Y., Hevesi J.A. y Flint A.L., 1997: "A New Method for Automated Dynamic Calibration of Tipping-Bucket Rain Gauges". *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. Vol. 14, pp. 1513-1519.

Potter T. D., Colman B. R., editors 2002: *Handbook of Weather, Climate and Water: Atmospheric Chemistry, Hydrology and Societal Impact*. Wiley-Interscience. En especial Cap. 24 (Rainfall) y Parte III (Societal Impact).

Práger T., Van der Meulen J.P, 2006: *Instrument Development Inquiry, 7th Ed.* World Meteorological Organization, Instruments and Observing Methods, Report 93, pp 48-51. Geneva, Switzerland.

Simulink® es marca registrada por The Math Works Inc., Natick, Massachussets USA.

Tinniswood A., 2001: *His Invention so Fertile: The Life of Christopher Wren*. Oxford University Press.

Weisstein E.W., 2009: “Cylindrical Wedge”. From *MathWorld* –a Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/CylindricalWedge.html>.

WMO, 2008: *Guide to Meteorological Instruments and Methods of Observation*. WMO-No. 8, Seventh edition. World Meteorological Organization Ginebra, Suiza. ISBN 978-92-63-10008-5. *Annex 1.B. Operational measurement uncertainty requirements and instrument performance*. pp. I-1.19 a I-1.24.