

Determinación Experimental de Parámetros para el Modelo Matemático de Motores y Generadores de Corriente Continua. Simulación Dinámica del Sistema

A. M. Mariani, E. Ciccolella

Universidad Tecnológica Nacional,
Facultad Regional Buenos Aires,
Medrano 951 (C1179AAQ)
Buenos Aires, República Argentina.
Email: amariani@electron.frba.utn.edu.ar; eciccolella@fra.utn.edu.ar

Resumen

El presente trabajo describe un procedimiento experimental para la determinación de los parámetros que caracterizan el modelo matemático de las máquinas de Corriente Continua. La misma, se realiza con instrumental disponible en la mayoría de los laboratorios. Los ensayos se efectuaron sobre tres tipos diferentes de motores:

- 1) Servomotor para aplicaciones de alto rendimiento.
 - 2) Motor de CC a imán permanente para aplicaciones en lazos de control en general.
 - 3) Motor de CC con campo bobinado para aplicaciones generales de tipo industrial.
- La simulación se realizó utilizando el software Matlab.

La publicación está orientada, al análisis y diseño de controles basados en el modelado matemático y, para ayudar a quienes trabajan en la elaboración de especificaciones en actividades de desarrollo, investigación, enseñanza y, en aplicaciones técnicas e industriales.

Abstract

The present paper describes an experimental procedure to determine the parameters of a mathematical model for DC machines. The tests use standard instrumentations available in most laboratories and were made on three types of motors:

- 1) Servomotor used for applications of high performance.
- 2) Permanent magnet motor used for applications in general control loops.
- 3) Motor with field wound for general applications in the industry.

The simulation of the models was made using MATLAB.

This paper is mainly oriented to the analysis and design of automatic control systems using mathematical models, and for those who write specifications, in undergraduate, and graduate control engineering's courses (specially teaching, research and development), and in technical and industrial applications as well.

Introducción

Los motores de imán permanente son utilizados ampliamente en actuadores eléctricos de alto rendimiento, como así también en servosistemas, mientras que los generadores de imán permanente se utilizan en sistemas de potencia. La Figura 1 ilustra la máquina de corriente continua (CC) a imán permanente que puede utilizarse como motor o generador.

Las relaciones y ecuaciones electromecánicas de la máquina de CC permiten obtener un modelo matemático de la misma. El esquema básico de la máquina que contempla los fenómenos eléctricos y mecánicos se indican en la Figura 2. El esquema indicado reúne las dos posibilidades, que corresponden a la máquina con campo a imán permanente y con campo bobinado.

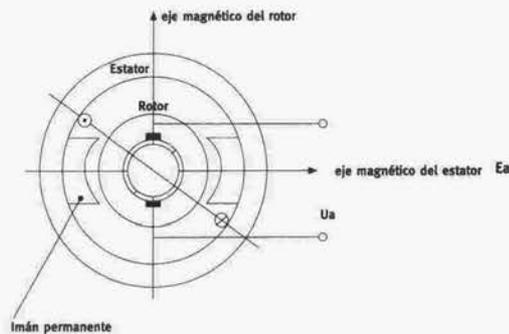


Figura 1.- Representación esquemática de la máquina de CC de imán permanente

Empleando la Leyes de Kirchhoff y Newton, se obtuvieron las ecuaciones diferenciales para la máquina de CC. Supusimos que la susceptibilidad es constante, lo cual implica que el flujo establecido por los polos del imán permanente también es constante. Indicando por K_b la constante de tensión y por K_T la constante de cupla, obtuvimos las siguientes ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento transitorio del bobinado de armadura y la dinámica torsional de la máquina bajo estudio.

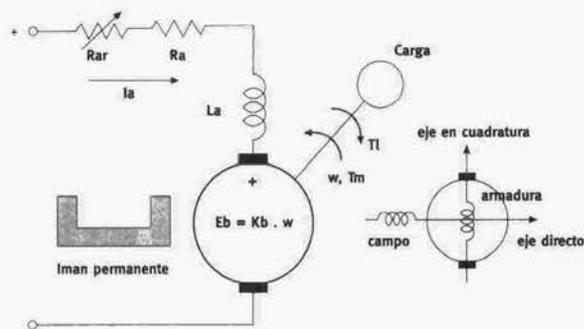


Figura 2.- Diagrama esquemático de la máquina de CC

$$\frac{di_a}{dt} = -\frac{R_a}{L_a} i_a - \frac{K_b}{L_a} \omega + \frac{1}{L_a} e_a \quad (1)$$

$$\frac{d\omega}{dt_m} = \frac{K_T}{J_m} i_a - \frac{B_m}{J_m} \omega - \frac{1}{J} T_L \quad (2)$$

Utilizando la transformada de Laplace en las ecuaciones (1) y (2), y con condiciones iniciales nulas, obtuvimos:

$$s I_a(s) = -\frac{R_a}{L_a} I_a(s) - \frac{K_b}{L_a} \Omega(s) + \frac{1}{L_a} E_a(s) \quad (3)$$

$$s \Omega(s) = \frac{K_T}{J_m} I_a(s) - \frac{B_m}{J_m} \Omega(s) - \frac{1}{J_m} T_L(s) \quad (4)$$

Las ecuaciones (3) y (4) se representan gráficamente en el diagrama en bloques indicado en la Figura 3:

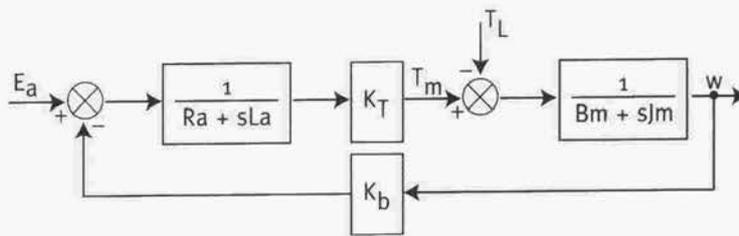


Figura.3. Diagrama de Bloques del motor de CC a imán permanente.

La velocidad angular puede invertirse si la tensión aplicada a la armadura se cambia de polaridad (La dirección del flujo de campo no puede cambiarse, sí este es un imán permanente).

La curva característica cupla- velocidad en régimen permanente del motor de CC,

$$\omega(\infty) = \frac{e_a(\infty) - R_a i_a(\infty)}{K_b} = \frac{e_a(\infty)}{K_b} - \frac{R_a}{K_b^2} T_m(\infty) \quad (5)$$

obedece a la siguiente ecuación [familia de rectas]:

En la figura 4 se representan las curvas cupla-velocidad del motor de CC, de acuerdo a la ecuación (5), incluyendo una posible cupla de carga T_L , como función de la velocidad angular w .

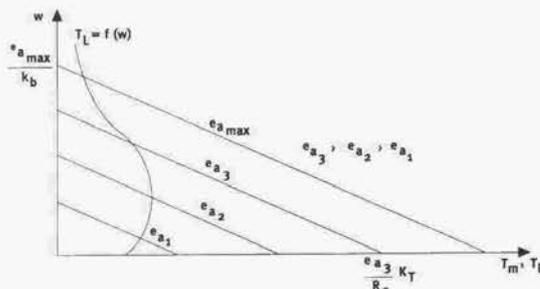


Figura 4.- Característica Cupla – Velocidad del motor de CC

El modelo dinámico del motor de CC puede expresarse también en función de las ecuaciones de estado y de salida (tomando como salidas la velocidad angular y la corriente de armadura), según se indica a continuación.

$$\begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{d\omega}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} \\ \frac{K_T}{J_m} & -\frac{B_m}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_a \\ T_L \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_a \\ T_L \end{bmatrix} \quad (7)$$

Sobre la base de las ecuaciones (6) y (7), se puede dibujar el diagrama de estados (simulación) indicado en la figura 5.

Parte Experimental

Los ensayos los realizamos considerando tres tipos de motores de C.C. con diferentes características dinámicas: 1) un motor de imán permanente, 2) un servomotor y, 3) un motor estándar con campo bobinado. Los parámetros que caracterizan a los motores, y representan su modelo matemático, se midieron experimentalmente mediante ensayos simples, y empleando instrumental estándar disponible en la mayoría de los laboratorios para ensayos eléctricos (osciloscopio, amperímetro, voltímetro, tacómetro digital).

En todos los casos utilizamos el Sistema Internacional de Unidades (S.I.U.).

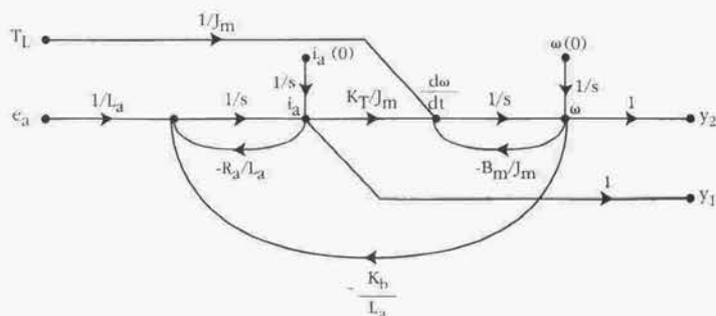


Figura 5. Diagrama de estados (de simulación) para el motor de CC

Ensayo de la máquina a rotor bloqueado ($\omega = 0$).

Con este ensayo se pueden obtener los parámetros del circuito de armadura (R_a y L_a).

Estando el rotor bloqueado y alimentando la armadura con una tensión reducida (para evitar sobrecalentamiento de la máquina), no habrá f.c.e.m., y la corriente está dada por:

$$e_a = R_a + L_a \frac{di_a}{dt} \quad (8)$$

Si aplicamos un escalón de tensión (de amplitud E_{a0}) e integramos la ecuación (8), partiendo de condiciones iniciales nulas, se obtiene:

$$i_a(t) = \frac{E_{a0}}{R_a} (1 - e^{-t/L_a/R_a}) \quad (9)$$

La ecuación (9) representa el crecimiento de la corriente de armadura en las condiciones del ensayo (rotor bloqueado). Colocando una resistencia auxiliar conocida (R_{ar}) en el circuito de armadura, para medir la caída de tensión producida en la misma debida a la corriente $i_a(t)$ y utilizando un osciloscopio de dos canales, se puede registrar el escalón de tensión aplicado y el crecimiento dado por la ecuación (10), como lo muestra la Figura 6.

Del ensayo experimental, midiendo E_{a0} , $i_a(\infty)$, el tiempo en que se alcanza $0,63 i_a(\infty)$ [es decir τ] y conociendo la resistencia R_{ar} se pueden calcular:

$$R_a = \frac{E_{a0} - i_a(\infty) R_{ar}}{i_a(\infty)} \quad (10)$$

$$L_a = \tau (R_a + R_{ar}) \quad (11)$$

Es importante mantener una tensión reducida de armadura (durante el ensayo) para evitar calentamiento excesivo del arrollamiento, ya que R_a es dependiente de la temperatura: [$R_a = R_{a0}(1 + \alpha T)$].

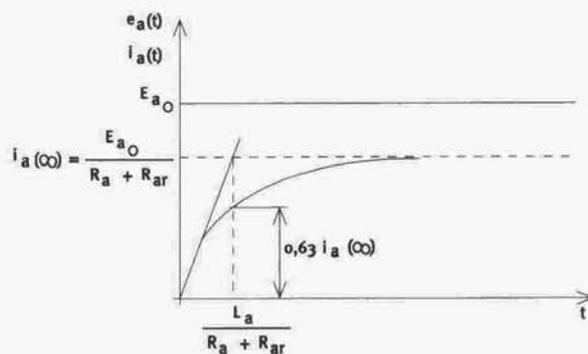


Figura 6. Respuesta del circuito de armadura con rotor bloqueado.

Alternativa para la medición de R_a

La resistencia de armadura (R_a) del motor se puede medir con un puente de buena resolución (p.ej. $0,1\Omega$ Hewlet-Packard, General Radio, etc.). Para ello es conveniente realizar varias mediciones para diferentes posiciones angulares del rotor y luego tomar la media aritmética como valor más razonable para R_a .

Ensayo a rotor libre y en desaceleración

Alimentando el motor con una tensión constante dentro del rango permitido (menor o igual a la nominal), se lo lleva a velocidad angular constante $[\omega(\infty)]$, una vez allí se procede a quitar la excitación E_a . A partir de ese instante la velocidad angular del motor comienza a disminuir de acuerdo a la ecuación diferencial:

$$B_m \omega(\infty) \cdot \omega(t) + J_m \frac{d\omega}{dt} \cdot \omega(t) = 0 \quad (16)$$

Integrando la (16) con las siguientes condiciones de borde (tomaremos como tiempo inicial el instante $t_0=0$):

$$\omega(t) \text{ para } t=0 \rightarrow \omega(0) = \omega_\infty$$

$$\omega(t) \text{ para } t=t_f \rightarrow \omega(t_f) = 0 \quad (17)$$

obtuvimos:

$$\omega(t) = - \frac{B_m}{J_m} \omega_\infty (t - t_f) \quad ; \quad t_0 \leq t \leq t_f \quad (18)$$

Sobre la base de las ecuaciones anteriores, obtuvimos.

$$t_f = \frac{J_m}{B_m} \quad (19)$$

En la Figura 8 se muestra la curva de la velocidad en función del tiempo, obtenida experimentalmente en el ensayo a rotor libre y en desaceleración, quitando la tensión de alimentación de armadura, E_a .

Si en este ensayo se mide el tiempo t_f (mediante un osciloscopio, por ejemplo), se puede determinar el momento de inercia del motor, mediante:

$$J_m = B_m t_f \quad (20)$$

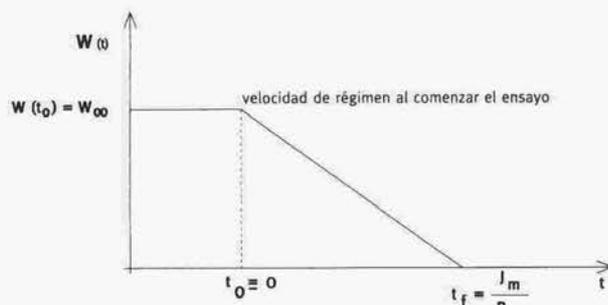


Figura 8. Velocidad en función del tiempo para el ensayo a rotor libre y quitando la excitación E_a .

Simulación dinámica del sistema (SDS) utilizando el modelo matemático de los motores.

Utilizando los parámetros determinados experimentalmente (ver tabla I), se han realizado simulaciones dinámicas empleando el modelo matemático correspondiente a los tres motores mencionados precedentemente. En la Figura 9 se indica, en forma genérica, el diagrama de simulación utilizado. En el mismo se muestran las señales de entrada (tensión E_a , deseada y , cupla T_L como perturbación de carga) y las variables de salida que son de nuestro interés: corriente, I_a y, velocidad w .

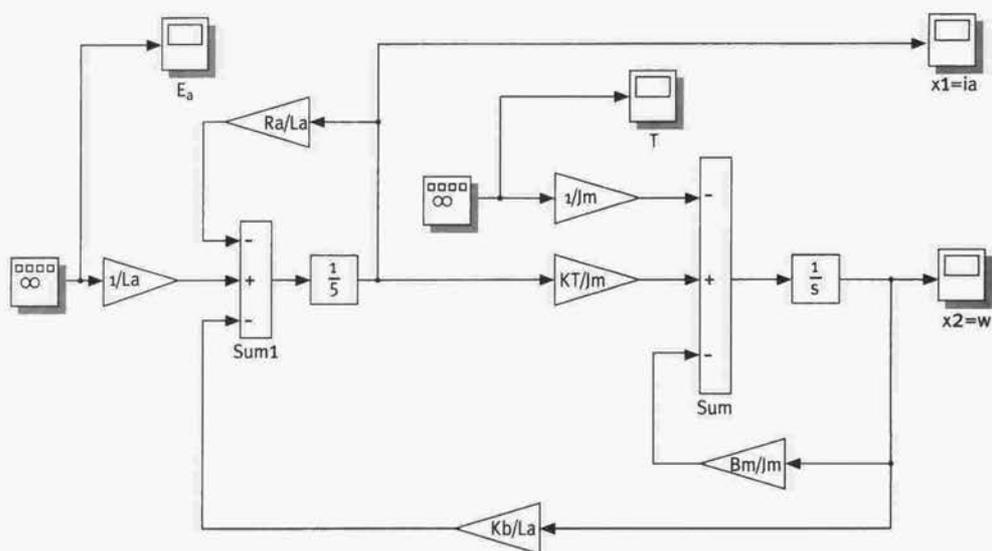


Figura 9. Diagrama de simulación

Resultados

Tabla 1. Parámetros y constantes medidos para los tres tipos de motores

DENOMINACIÓN	SIMB.	SERVOMOTOR	MOTOR A IP	MOTOR IND.
Tensión de armadura	E_a	48 V	90 V	300 V
Momento de Inercia	J_m	$6.3 \cdot 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$	$8.49 \cdot 10^{-4} \text{ Kg.m}^2$	0.4 Kg.m^2
Rozamiento viscoso	B_m	$1.05 \cdot 10^{-4} \text{ Nmseg}$	0.004 Nmseg	0.05 Nmseg
Resistencia de armadura	R_a	0.89Ω	5.3Ω	1Ω
Inductancia de armadura	L_a	0.175 mH	19.4 mH	50 mH
Cte. De Cupla	K_T	0.09 N.m/A	0.452 N.m/A	1.1 N.m/A
Cte. De tensión	K_b	0.09 V.seg/rad	0.452 V.seg/rad	1.1 V.seg/rad
Resistencia de campo	R_c	NA	NA	10Ω
Inductancia de campo	L_c	NA	NA	5 H

NA: no aplicable

En la Tabla 1 sintetizamos los resultados de las mediciones de laboratorio, correspondientes a los parámetros y constantes obtenidas con las tres máquinas de CC, de acuerdo a los lineamientos teóricos descritos anteriormente.

Asimismo indicamos en forma gráfica algunos resultados obtenidos en la simulación del modelo para los tres tipos de motores. En todos los casos se aplica una tensión de armadura y una cupla de carga con forma de onda cuadrada de frecuencia, ciclo de trabajo y amplitud dentro de los límites permitidos por las respectivas máquinas.

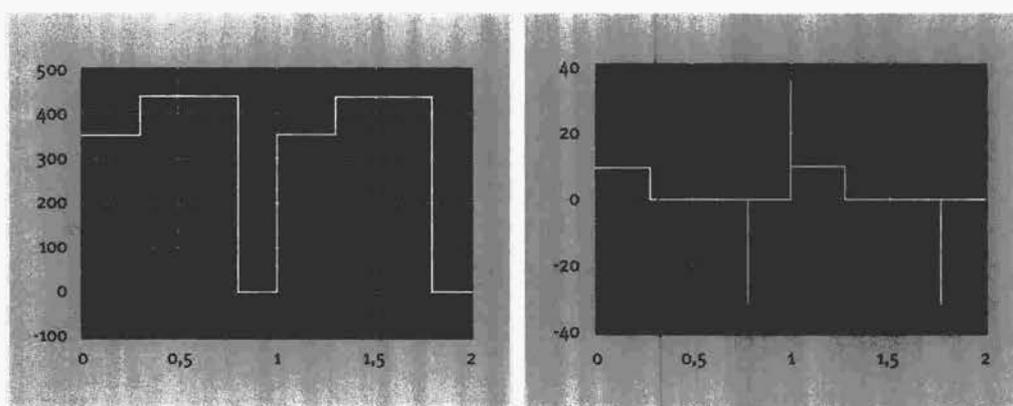


Figura 10. Tensión de armadura y cupla de carga aplicadas al servomotor

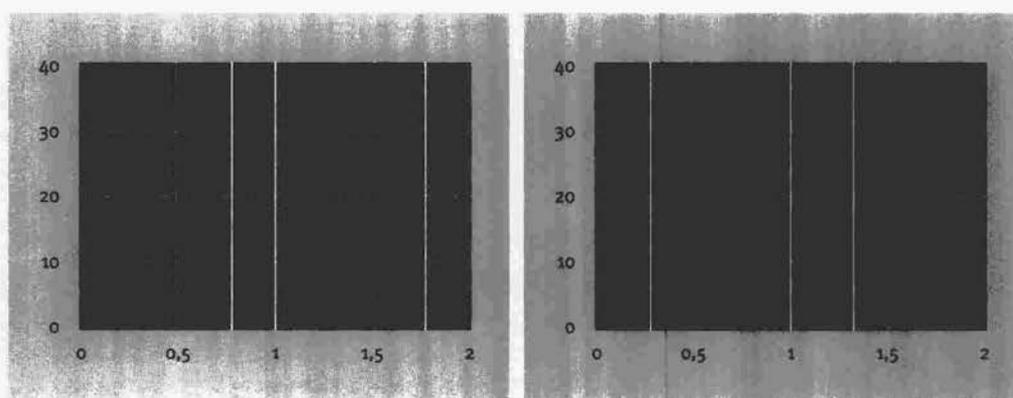


Figura 11. Velocidad y corriente del servomotor

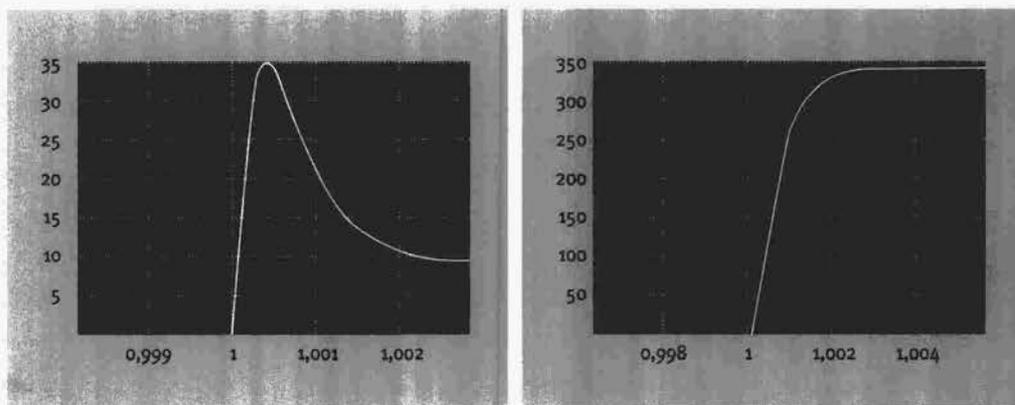


Figura 12. Detalle del crecimiento y decrecimiento de la corriente y velocidad del servomotor

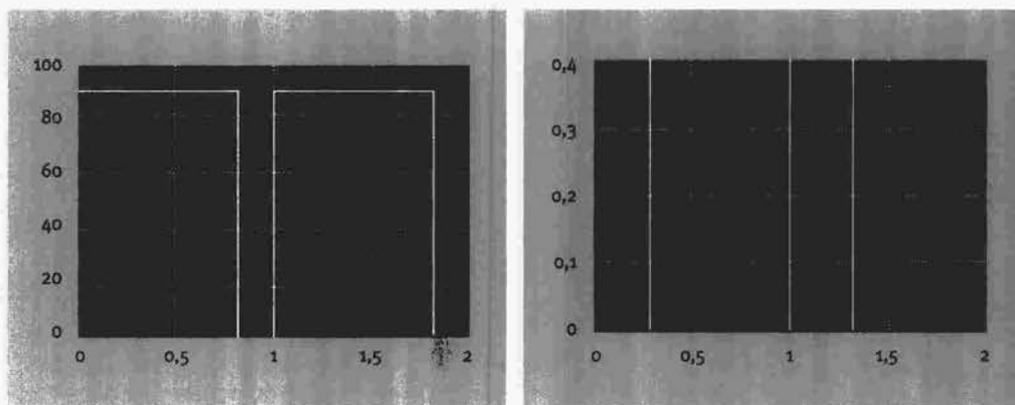


Figura 13. Tensión de armadura y cupla de carga aplicadas al motor de imán permanente.

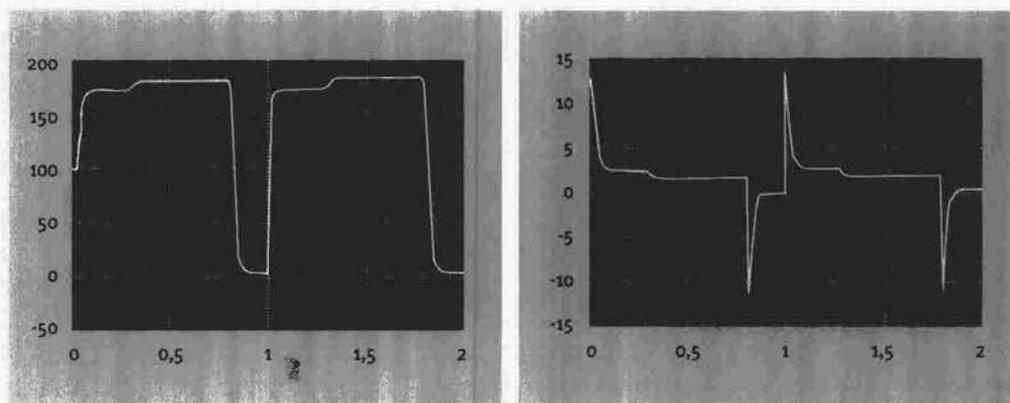


Figura 14. Velocidad y corriente resultantes del motor de CC a imán permanente.

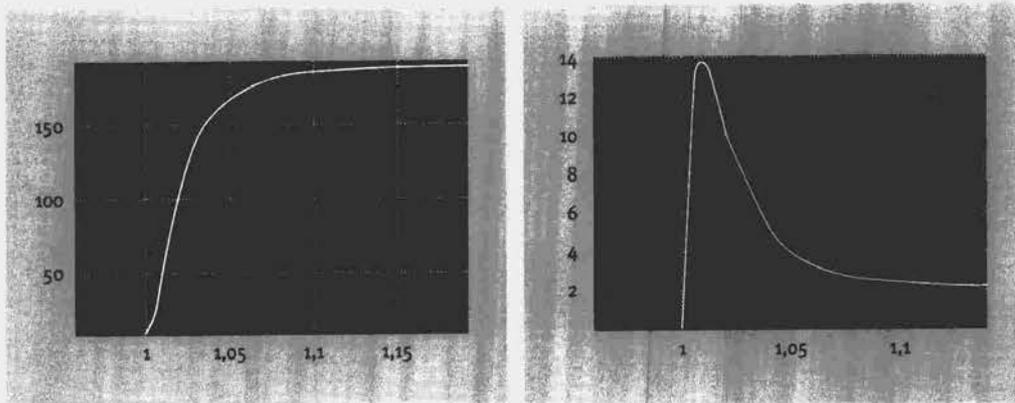


Figura 15. Detalle del crecimiento y decrecimiento de la corriente y velocidad del motor de CC a imán permanente.

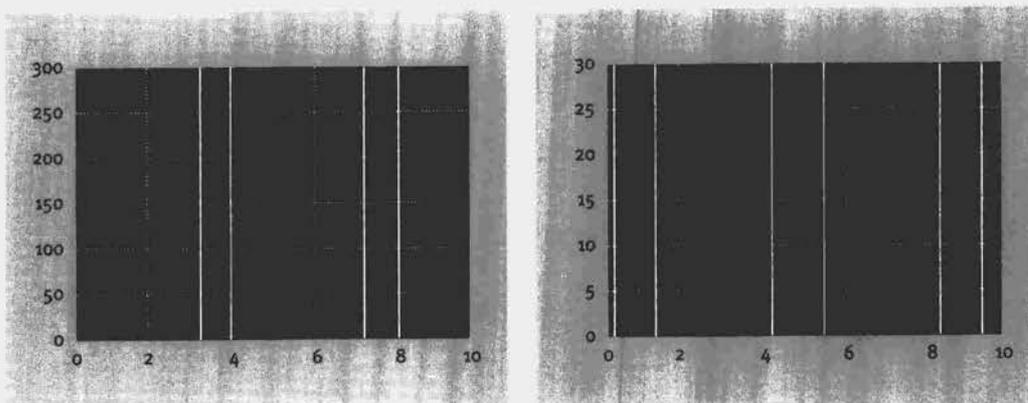


Figura 16. Tensión de armadura y cupla de carga aplicadas al motor industrial.

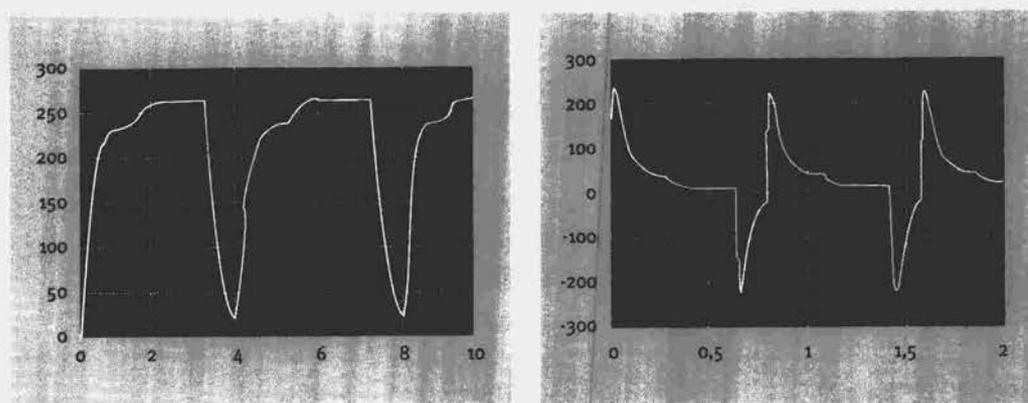


Figura 17. Velocidad y Corriente resultantes del motor industrial

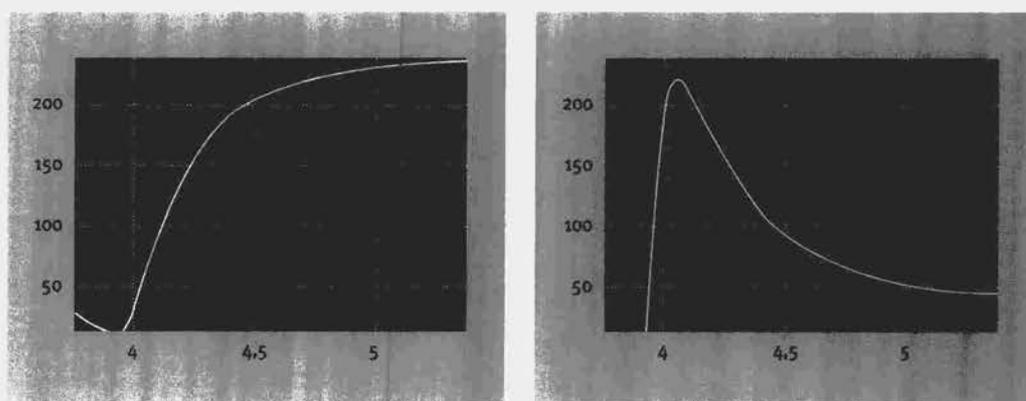


Figura 18. Detalle del crecimiento y decrecimiento de la corriente y velocidad del motor industrial.

Discusión y Análisis de Resultados

Analizando los gráficos de respuesta dinámica indicados precedentemente vemos (entre otros detalles) que:

En la Figura 12 el servomotor pasa de velocidad cero a 450 rad/seg (4299 rpm) en 2 mseg, cargado con una cupla máxima de 0.8 N.m.

En la Figura 15 el motor a imán permanente pasa de cero a 181 rad/seg (1729 rpm) en 100 mseg, cargado con una cupla máxima de 0.4 N.m.

En la Figura 18 el motor industrial pasa de cero a 237 rad/seg (2264 rpm) en 1.5 seg (1500 mseg), cargado con una cupla máxima de 30 N.m.

En todos los casos los valores máximos de la cupla de carga y la tensión de armadura se mantienen por debajo de los valores nominales para cada motor.

Si el modelo matemático del sistema está correctamente planteado y los parámetros y constantes del mismo se miden adecuadamente, el modelo cobra un valor muy importante para el análisis y diseño de sistemas. Esto es de vital importancia, ya que podemos someter el modelo a variadas exigencias para analizar el funcionamiento dinámico y obtener conclusiones sobre el comportamiento de los motores de CC en el simulador, sin necesidad de realizar costosos y complicados ensayos de campo emulando las aplicaciones reales.

Hemos comprobado una importante correspondencia entre los resultados obtenidos con el uso del modelo matemático en el simulador y el comportamiento real de los motores de CC ensayados en el laboratorio, en lo referente a todas las variables involucradas, principalmente con relación a la velocidad angular y corriente de armadura.

Conclusiones

De acuerdo a la información obtenida en la simulación dinámica y los ensayos de laboratorio para los tres tipos de motores de CC, *concluimos que*: para aplicaciones de alto rendimiento y precisión como ser: robótica, control numérico u otras de exigencias similares, es aconsejable seleccionar un servomotor debido a su alta velocidad de respuesta y precisión.

En cambio para aplicaciones no tan exigentes, pero que requieren una relativa velocidad de respuesta, el motor a imán permanente ofrece una solución razonable tanto técnica como económica, como ser en lazos de control en general, accionamientos, y mecatrónica.

Por otra parte el motor industrial dada su lentitud (aproximadamente 15 veces mas lento que el motor a imán permanente y unas 750 veces mas lento que el servomotor) y su baja precisión, se lo utiliza en aplicaciones generales de planta, sin exigencias de tipo dinámico, como ser impulsor de bombas, sopladores, ventiladores, etc.

Referencias

- AGRINST, S. W. (1971) Direct Energy Conversion. Allyn & Bacon.
- DAWSON, D. M.; CARROL, J.; SCHNEIDER, M. (1994) Integrator Backstepping Control of a Brush DC Motor Turning a Robotic Load. IEEE Transaction on Control System Technology. Vol 2 N°3.
- ERONINI UMEZ – ERONINI (2001) Dinámica de Sistemas y Control Thomson Learning.
- KAWAI, Y., Mc CULLOCH, M. D. (1990) Experiment Simulation and Analysis of Linear Direct Current Motor for Control. Department of Engineering Science University of Oxford.
- MATLAB Release 12 (2000) Mathworks, Inc.
- MATSH, L. U. (1977) Electromagnetic and Electromechanical Machines. Thomas and Crowell
- RAJASEKARAM, K.; SINHA, S.; BHADRA, S. M. (1980) Analysis of State Feedback Control of Chopper Driven DC Motors. Pros. 5th Natl. System Conf. Vadadora, Badora.
- ROZEMBERG, R. C.; KARNOPP, D. C. (1983) Introduction to Physical System Dynamics. Mc Graw Hill.
- SINHA, S.; BHADRA, S.; RAJASEKARAM, K. (1982) Analysis of State Feedback Control of Chopper Driven Separately Excited DC Motors. Electric Machine and Electromechanics Vol. 7.
- UMEZ – ERONINI, I. E. (1988) Dynamics of Stepping Motors Driven Conventional Machines Slide. ASME Design Automatic Conference DE – Vol 14.