



Especialización en Ingeniería en Sistemas de Información

## **Trabajo Final Integrador**

“Análisis del estado del arte de herramientas de software para el estudio de series numéricas en el contexto de la problemática de la comprensión en el nivel educativo superior.”

Autora: Ing. Verónica Barán  
Directora: Mg. Adriana Frausin  
Co-directora: Dra. Milagros Gutiérrez

Año 2020

## Resumen

La asignatura Análisis Matemático I forma parte del plan de estudios de todas las carreras de Ingeniería que se ofrecen en la Facultad Regional Santa Fe de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN–FRSF). Entre sus contenidos mínimos se incluye el tema de las series numéricas y su convergencia, conceptos estos que, según se ha podido detectar, resultan difíciles de comprender para los alumnos.

Este trabajo describe una experiencia didáctica mediada por tecnologías. Los resultados obtenidos permiten concluir que las herramientas de software no sólo contribuyen a mejorar el aprendizaje del tema en cuestión, sino que también favorecen el desarrollo de competencias matemáticas y habilidades del pensamiento de orden superior en los estudiantes universitarios.

Palabras clave: *educación superior, series numéricas, convergencia, comprensión, TIC, competencias matemáticas.*

## Índice de contenidos

1. Introducción.....	4
2. Justificación .....	6
3. Objetivos.....	8
3.1. Objetivo general .....	8
3.2. Objetivos específicos.....	8
4. Marco teórico.....	9
4.1. Personalización de la enseñanza, rol docente y dimensión afectiva del aprendizaje .....	9
4.2. Competencias matemáticas, aprendizaje significativo y desarrollo de habilidades del pensamiento.....	10
4.3. Evaluación de la calidad del aprendizaje .....	12
5. Metodología.....	15
5.1. Herramientas de software a analizar .....	15
5.1.1. Wolfram Alpha .....	15
5.1.2. Symbolab .....	17
5.2. Descripción de la experiencia didáctica .....	18
6. Análisis de resultados .....	20
6.1. Respecto de las herramientas de software .....	20
6.2. Respecto del desempeño de los alumnos .....	39
7. Conclusiones y trabajos futuros.....	42
Referencias .....	44
ANEXO .....	47

## 1. Introducción

La Matemática es la base de todas las carreras de Ingeniería. Para un ingeniero, la Matemática sirve para diversos propósitos: como herramienta de cálculo en la resolución de problemas de ingeniería; para lograr el desarrollo del pensamiento lógico, algorítmico y heurístico; y como lenguaje universal que contribuye al conocimiento y desarrollo de otras disciplinas propias de su perfil profesional. De esta manera, la Matemática es una herramienta de trabajo y también una disciplina fundamental en la formación de un profesional en Ingeniería. Por ello, se debe lograr que su enseñanza sea eficiente, para que el estudiante adquiera los aprendizajes que lo conduzcan a un mejor desenvolvimiento académico y profesional (Cuicas Ávila, Debel Chourio, Casadei Carniel y Álvarez Vargas, 2007).

Una de las funciones que tiene el sistema educativo es formar a las nuevas generaciones en la cultura en la que están inmersas, y nuestra sociedad actual está atravesada en todos los ámbitos (lo cotidiano, la producción de bienes y servicios, el entretenimiento) por las TIC, es decir, las llamadas Tecnologías de la Información y la Comunicación (Del Río, González y Búcarí, 2014). En la actualidad, el acceso a la información y la comunicación puede catalogarse de *ilimitado e inmediato* (Hernández, 2017). Y los estudiantes que ingresan hoy a la Universidad, los cuales son conocidos como “nativos digitales”, emergen de un mundo donde predominan la velocidad, la fragmentación, las imágenes, los juegos y la lógica hipertextual no lineal, en sustitución de la lógica secuencial tradicional y la cultura del libro o del texto (Balardini, 2002). Como resultado, los métodos clásicos de enseñanza-aprendizaje están siendo cada vez menos efectivos para concitar y retener la atención de los estudiantes y para despertar su interés y motivarlos a aprender.

Junto con ello, la educación superior enfrenta hoy el enorme desafío de preparar profesionales para desempeñarse en un mundo caracterizado por el rápido avance tecnológico. Los estudiantes no sólo deben dominar habilidades en áreas específicas del saber, sino también deben poseer competencias transversales, tales como el pensamiento crítico, la reflexión, la resolución de problemas, la creatividad y el trabajo colaborativo (Observatorio de Innovación Educativa del Tecnológico de Monterrey, 2016).

Los requerimientos educativos en los entornos de e-learning (aprendizaje mediado por tecnologías) demandan cambios sustanciales en las metodologías de trabajo por parte de los profesores, quienes deben enfrentarse al reto de capacitarse en forma permanente sobre los distintos recursos y/o herramientas disponibles para sus prácticas docentes: objetos de aprendizaje, programas de aplicación, etc., así como también en las propuestas didácticas y los diferentes enfoques pedagógicos para incorporarlos a sus clases, sin descuidar instrumentos y modos de evaluación de los aprendizajes alternativos a los tradicionales, dado que éstos influyen en las estrategias que adoptan los alumnos durante su actividad de estudio y, en última instancia, en la calidad de los resultados obtenidos, es decir, si se ha logrado una comprensión significativa de los contenidos de la enseñanza (Navaridas Nalda, 2002).

Aunque no es generalizada la utilización del software como herramienta para realizar las actividades docentes, la evolución que el mismo ha experimentado en los últimos años ofrece nuevas formas de enseñar, aprender y hacer matemática, brindando amplias posibilidades didácticas. El uso de software en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática abre las puertas al estudiante para la exploración e inferencia de fenómenos, desencadenando en la construcción activa de conceptos y conocimientos. En el proceso, el estudiante recibe del software retroalimentación y aprende de sus errores, potenciando finalmente sus competencias matemáticas en cuanto al razonamiento lógico (Mosquera Ríos y Vivas Idrobo, 2017).

En el marco descripto, la asignatura Análisis Matemático, que forma parte del diseño curricular de todas las carreras universitarias relacionadas con las denominadas “ciencias duras”, y también las

Ingenierías, incluye entre sus contenidos mínimos el tema de las series numéricas y su convergencia.

Una serie numérica se define como la suma de los infinitos términos de una sucesión numérica, entendiéndose por esta última una lista ordenada e infinita de números. Más formalmente, una sucesión numérica puede definirse como una función cuyo dominio es el conjunto de los números naturales (o enteros positivos) y el codominio es un conjunto cualquiera de números. Por otra parte, la convergencia de una serie numérica es la propiedad que puede tener la misma de tender progresivamente a un límite, lo que significa que su suma da como resultado un valor finito. Las series numéricas no convergentes se llaman *divergentes*, es decir, la sucesión infinita de las sumas parciales de estas series no tiene un límite, por ser infinito o por oscilación (Stewart, 2008).

El tópico de las series numéricas y su convergencia es de fundamental importancia en matemática superior por la cantidad de aplicaciones que tiene, particularmente en Ingeniería. Entre ellas, cabe destacar las aproximaciones numéricas, los desarrollos trigonométricos y en series de potencias, la resolución de ecuaciones diferenciales y de integrales que no tienen solución analítica (Codes Valcarce, 2009). También pueden señalarse las soluciones en forma de series de algunos problemas de valores en la frontera con ecuaciones en derivadas parciales, como difusión del calor, vibraciones de cuerdas y membranas elásticas, y la ecuación de Laplace para el potencial gravitatorio y electrostático, que también aparece en Hidrodinámica y Elasticidad.

Otro ejemplo concreto de aplicación es la representación de funciones como sumas de una cantidad infinita de términos, que permite, entre otras cosas, aproximar funciones que tienen una expresión analítica compleja mediante polinomios, que son las funciones más sencillas de operar algebraicamente. Éste es el procedimiento que utilizan las calculadoras y computadoras, dentro de su programación interna, para aproximar valores de funciones trigonométricas, exponenciales o logarítmicas, entre otras (Stewart, 2008).

Una utilidad más que puede mencionarse de las series infinitas está relacionada con la *distribución normal o gaussiana*, que es la distribución de probabilidad continua más importante para el análisis de datos en el campo de la Estadística, y cuya gráfica es una curva con forma de campana que describe de manera aproximada el comportamiento de muchos fenómenos que ocurren en la naturaleza, la industria y la investigación. Ejemplo de ello son las mediciones físicas en los estudios meteorológicos o de piezas fabricadas para ensamble, así como los errores en las mediciones científicas, entre tantos otros. La distribución normal está representada por una función cuya integral no puede resolverse por métodos analíticos, razón por la cual se desarrolla en serie para poder calcular la probabilidad de que una variable aleatoria continua (peso, distancia, tiempo, etc.) asuma un valor en un intervalo dado (Walpole, Myers, Myers y Ye, 2012).

Es importante señalar que la comprensión de los conceptos involucrados en el tema de las series numéricas no es sencilla, ya que requiere de un alto grado de abstracción por parte de los estudiantes del primer año, e implica asimismo el manejo de otros conceptos tan complejos como lo son *límite e infinito* (Codes Valcarce, 2009). Es por ello que, en los últimos años, se han realizado numerosos trabajos de investigación tendientes a facilitar el aprendizaje de las series numéricas y su convergencia, aunque, extrañamente, son pocos los que involucran el uso de las nuevas tecnologías en el aula universitaria o, más concretamente, el empleo de alguna herramienta específica de cálculo simbólico.

El contenido de este informe fue aprobado para su presentación en el XX Congreso Chileno de TICS para la Educación (TICXED 2019), en el marco de la 38ª Conferencia Internacional de la Sociedad Chilena de Ciencia de la Computación (SCCC), bajo el título: “Herramientas de software para la enseñanza de series numéricas en el nivel universitario”, y fue publicado por la IEEE-CS en su Biblioteca Digital en enero de 2020 (Barán, Frausin y Gutiérrez, 2019).

## 2. Justificación

Los avances tecnológicos han generado nuevos paradigmas que impactan en las formas de producir, de aprender, de comunicar, de relacionarse, de promover. Frente a estos cambios, la educación superior tiene un doble desafío: por un lado, incorporar las nuevas tecnologías a sus actividades con el propósito de renovarse e insertarse en la sociedad actual, y por el otro, generar estrategias educativas para que los profesionales que se formen dentro de las universidades desarrollen las capacidades necesarias para un mejor aprovechamiento de los nuevos recursos y herramientas. En cualquier caso, es indispensable crear situaciones de aprendizaje que presenten escenarios favorables para generar secuencias didácticas con aportes significativos, para las cátedras, los docentes y los estudiantes (Frausin y Alberto, 2011).

Si bien las TIC están presentes en la mayoría de los ámbitos y actividades de nuestras sociedades, no se han instalado en la educación formal con la misma naturalidad que se observa en otros espacios (Del Río y otros, 2014). En la actualidad, es común ver a los jóvenes con equipos electrónicos, principalmente smartphones (teléfonos celulares inteligentes), que les permiten almacenar importantes volúmenes de información o estar permanentemente conectados a Internet, interactuando en las redes sociales o en el chat, por mencionar algunas actividades. Pero todo ello, en la mayoría de los casos, con un fin de distracción o intercambio social; lamentablemente no se aprovecha este potencial para fortalecer los espacios académicos.

La diversidad de herramientas tecnológicas que pueden ser aplicadas en los salones de clase es cada día más amplia. Sin embargo, los educadores cuentan con poca preparación o formación para *integrar* estos nuevos recursos en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

No se trata simplemente de incorporar TIC a las prácticas docentes, como un mero complemento. Tampoco se trata de que los profesores actúen de la misma manera que en la enseñanza tradicional, adaptando lo que hacían a un nuevo entorno de aprendizaje mediado por tecnologías (Rodríguez Izquierdo, 2011). Es decir, no se trata de utilizar los recursos tecnológicos para hacer lo mismo pero mejor, con mayor eficacia, rapidez y/o comodidad.

Los resultados de las investigaciones indican que la introducción de TIC en las actividades del aula no es en sí misma un factor transformador e innovador de las prácticas pedagógicas, mucho menos garantiza la resolución de los problemas educativos imperantes (Coll y Monereo, 2008).

No obstante, en la actualidad se puede disponer de múltiples herramientas informáticas y aplicaciones TIC con características específicas, que constituyen una oportunidad para transformar la docencia y optimizar la calidad de los aprendizajes de los estudiantes a través de una comprensión significativa de los contenidos de la enseñanza (Rodríguez Izquierdo, 2011). Estos recursos tecnológicos son susceptibles de generar, cuando se explotan adecuadamente, es decir, cuando se emplean en determinados contextos de uso y con una finalidad determinada, dinámicas de innovación y mejora imposibles o muy difíciles de conseguir en su ausencia (Coll y Monereo, 2008).

La enseñanza de la Matemática no es ajena a esta realidad, y en tal sentido, integrar software en las actividades del aula universitaria contribuye a desarrollar en los estudiantes competencias y habilidades del pensamiento propias del área de matemática. En este marco, la importancia del aprendizaje radica en que los alumnos construyan significados y atribuyan sentido a lo que aprenden, pues para un ingeniero no basta adquirir conocimiento matemático, es determinante comprenderlo y saber aplicarlo (Cuicas Ávila y otros, 2007).

Desde la cátedra de Análisis Matemático I, que se dicta en el primer año de todas las especialidades de Ingeniería que forman parte de la oferta académica de la Facultad Regional Santa Fe de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN-FRSF), se ha podido detectar la gran dificultad que representa para los estudiantes el alcanzar a comprender los conceptos que involucran las series numéricas y su convergencia. Desde el punto de vista docente, este hecho plantea la necesidad de

reconstruir situaciones didácticas para el tratamiento de este tema particular, atendiendo a las nuevas demandas y modos de aprender de las jóvenes generaciones.

Tanto la comprensión del concepto de serie numérica como la elección del criterio de convergencia adecuado para su estudio, presentan para el alumno una problemática que debe ser abordada por el profesor desde una perspectiva innovadora y actualizada que incluya a las TIC. Pero la selección de los recursos tecnológicos apropiados, el momento y la forma en que éstos se utilizan requieren de un análisis cuidadoso, que contemple la articulación de los aspectos técnicos (asociados a la calidad del software y los requerimientos de funcionamiento) y los educativos (vinculados al desarrollo de las competencias matemáticas en el estudiante del nivel superior).

En este punto, es relevante mencionar que los criterios de convergencia que se utilizan para el estudio de las series numéricas son pruebas o tests que permiten determinar si una serie dada es convergente o no. Cabe resaltar que no existe ningún criterio universal que valga para decidir la convergencia o divergencia de todas las series posibles. Cada criterio es aplicable sólo a cierta clase de series numéricas con características comunes.

Tras una intensa búsqueda en la web de herramientas informáticas que permitan analizar la convergencia de diversas series numéricas, se arribó al encuentro de solamente dos servicios en línea que, entre otras cosas, ofrecen algún tipo de respuesta a la necesidad planteada. Se trata de un widget (pequeña aplicación) proporcionado por Wolfram Alpha y la “calculadora” Symbolab.

Este trabajo describe una experiencia didáctica llevada a cabo con alumnos del primer año de algunas carreras de Ingeniería de la UTN–FRSF, la cual consistió en la incorporación de las mencionadas herramientas durante las clases de la asignatura Análisis Matemático I en las que se abordó el tema de las series numéricas y su convergencia. Resulta de especial interés saber si Wolfram Alpha y Symbolab contribuyen, de alguna manera, a superar parte de las dificultades que presentan los alumnos al enfrentarse con el tópico en cuestión, y en qué medida facilitan y/o enriquecen las prácticas educativas en el ámbito académico.

En tal sentido, este trabajo pretende ser un aporte tanto en el campo de la Didáctica de la Matemática como en el área de los sistemas de información, ya sea porque la implementación en las clases de las herramientas objeto de estudio haya revelado que efectivamente impacta en una mejora de la comprensión del tema abordado, así como también en el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes, o bien porque del análisis y experimentación haya resultado la necesidad de proponer una serie de requerimientos para el futuro desarrollo de un software que pueda mostrar una mejora en sus indicadores de calidad.

En el primer caso, el trabajo presentará la fundamentación, metodología y resultados obtenidos, especificando de qué manera las tecnologías se insertaron en la dinámica de las clases y si los niveles de aprendizaje alcanzados por los alumnos han mejorado en relación con la enseñanza tradicional. Mientras que en el segundo caso, habrán de especificarse las características deseables de una herramienta de software que promueva en los estudiantes universitarios el desarrollo de competencias y habilidades del pensamiento propias del área de matemática, así como también un aprendizaje significativo y de calidad como al que hace referencia el modelo pedagógico conocido como “Enseñanza para la Comprensión” (Stone Wiske, Rennebohm Franz y Breit, 2006).

### 3. Objetivos

#### 3.1. Objetivo general

Analizar el estado del arte de herramientas de software para el estudio de series numéricas en el contexto de la educación superior, proporcionando alternativas factibles de ser incorporadas en la dinámica de las clases, con el propósito de favorecer una mejora en la comprensión de los contenidos y el desarrollo de competencias matemáticas en el estudiante universitario.

#### 3.2. Objetivos específicos

- Analizar la inserción de herramientas de software para el estudio de las series numéricas y su convergencia en la dinámica del aula universitaria.
- Detectar los niveles de aprendizaje alcanzados por los alumnos a partir de las nuevas secuencias didácticas diseñadas para el abordaje del tema en cuestión.
- Definir criterios de análisis para la comparación de las herramientas informáticas utilizadas, identificando alcances y limitaciones.
- Evaluar indicadores de calidad de las mencionadas herramientas, en particular aquéllos que tengan un interés didáctico, tales como funcionalidad, confiabilidad, usabilidad, portabilidad, etc.
- Difundir los resultados obtenidos entre los miembros de la comunidad educativa universitaria (docentes, tutores, alumnos, etc.)

## 4. Marco teórico

### 4.1. Personalización de la enseñanza, rol docente y dimensión afectiva del aprendizaje

En la estructura de la enseñanza tradicional se hallan profundamente arraigadas las ideas de “producción en masa” y “aprendizaje uniforme” (Rodríguez Izquierdo, 2011). Pero no todos los estudiantes aprenden al mismo ritmo. Algunos lo hacen rápido y pierden el interés si no se los sigue motivando; otros aprenden más lento y se sienten fracasar y abandonan si no se los estimula para intentar nuevamente (Romero, Gutiérrez y Calusco, 2017). Las TIC pueden apoyar esta diversidad debido a que una de las grandes ventajas que poseen es la de favorecer la “personalización de la enseñanza”, permitiendo adaptarla a las características particulares del alumno de manera que éste pueda individualizar la experiencia de aprendizaje de acuerdo con sus necesidades.

En este contexto, la clase magistral, como único elemento docente, pierde todo sentido y se hace necesario que los estudiantes asuman un papel más protagónico y comprometido en su proceso de aprendizaje (Fita, Monserrat y Moltó, 2016), puesto que está comprobado que los alumnos aprenden mejor cuando intervienen de forma activa en experiencias abiertas de aprendizaje, que cuando participan de manera pasiva en actividades estructuradas (Observatorio de Innovación Educativa del Tecnológico de Monterrey, 2016).

La utilización de tecnologías en el ámbito académico provoca cambios significativos en el ambiente del aula, proporcionando un espacio de trabajo dinámico e interactivo, con clases más participativas y centradas en el estudiante (Cuicas Ávila y otros, 2007). Con el uso adecuado de las herramientas informáticas, se posibilita que el alumno, en la interacción con los distintos componentes: contenidos de la enseñanza, profesor (en su rol de tutor, guía, orientador, facilitador), compañeros y software matemático, se apropie de la propuesta de contenidos y construya conocimientos, buscando progresivamente la autonomía en su aprendizaje (Gibelli, 2014).

Se trata de un cambio cultural, de mentalidad y de paradigma pedagógico. Modificar el significado que tradicionalmente se ha atribuido a la docencia: que de estar apoyada en la función *enseñanza* pase a hacerlo en la función *aprendizaje*, ya que el profesor deja de ser el único experto en un entorno donde existen diversas fuentes de conocimiento. Lo que significa que todos se convierten en co-aprendices y también en co-educadores, como resultado de la construcción y aplicación colectiva de nuevos saberes (Rodríguez Izquierdo, 2011).

Para ello, es necesario estudiar y analizar el potencial educativo de las TIC (así como sus limitaciones), y pensar en las transformaciones que deben realizarse en las prácticas pedagógicas para lograr la adecuación. Esto implica diseñar situaciones de aprendizaje que puedan resolverse utilizando software específico y no sin él. También implica diseñar materiales de estudio digitales para los alumnos, en los cuales los recursos multimedia y la interactividad representen un verdadero valor agregado a los materiales tradicionales (Del Río y otros, 2014).

Este tipo de actividades requiere buen conocimiento y manejo del software matemático por parte del docente y una coherencia didáctica respecto de lo que se le propone al estudiante, teniendo en cuenta los contenidos que se pretenden reforzar con la herramienta informática. Para ello, es fundamental ofrecer al alumno una guía de cómo, cuándo y para qué utilizarla. De esta forma, incluir el uso de software específico para las asignaturas de Matemática a un nivel de enseñanza superior exige no sólo un cambio en las prácticas metodológicas sino también replantearse el propio programa de las asignaturas (Cuicas Ávila y otros, 2007).

Cabe resaltar que la tecnología no es la solución de todos los problemas educativos existentes, pues el valor de usar estos recursos dependerá en gran medida de lo que diseñe el profesor, pero sobre todo de lo que el estudiante haga con ellos. En tal sentido, la labor del docente es planificar, desarrollar y evaluar procesos de enseñanza-aprendizaje donde el software represente el papel de

herramienta cognitiva, cuidando que no instruya al alumno ni se constituya en el objeto de estudio, sino que sirva de apoyo y ayuda en el proceso de construcción del conocimiento, de manera que el estudiante aprenda con la herramienta y no de ella (Cuicas Ávila y otros, 2007). En cualquier caso, estas nuevas tecnologías deben utilizarse en combinación con las formas clásicas de la educación y no como un procedimiento de sustitución, autónomo respecto de éstas (Rodríguez Izquierdo, 2011). Ha de notarse que los mayores impedimentos para lograr un aprendizaje de calidad no son sólo cognoscitivos. No se trata de que los jóvenes, en general, no puedan aprender sino que, a veces, no desean hacerlo. Las computadoras no sufren problemas motivacionales, pero los seres humanos sí. Por ello, hacerle darse cuenta al alumno de cuán divertido y fascinante puede ser el proceso de aprender, de descubrir, es ubicar el proceso de enseñanza sobre el placer natural de encontrar y construir nuevos significados acerca de la realidad, es develar misterios, es alimentar el atrevimiento intelectual, la curiosidad y la indagación, a la manera de una aventura o un reto atrapante que se vive con satisfacción y del que se es protagonista privilegiado para siempre, porque los que disfrutan de aprender han encontrado una clave esencial para la realización personal, el desarrollo profesional y la mejora en la calidad de sus vidas (Rodríguez Izquierdo, 2011).

Los estudiantes de hoy responden positivamente cuando se los involucra en situaciones problemáticas de la vida real, razón por la cual resulta de gran importancia enseñar, apoyándose en la construcción de modelos, contenido contextualizado que ofrezca fundamento a las tareas y actividades que llevan a cabo los alumnos (Churches, 2009), puesto que toda sociedad necesita que el conocimiento que se adquiere en las instituciones educativas sea funcional, es decir, que se pueda aplicar y resignificar permanentemente en la vida cotidiana (fuera del ámbito académico) para transformarla (Marcolini Bernardi, Sánchez Gómez y Rosso, 2008).

Sin la vieja magia que algunos profesores talentosos poseen intuitivamente de sorprendernos y asombrarnos mientras aprendemos, todas las inversiones que se hacen en nuevas tecnologías educativas van a parar al mismo punto: el alumno se interesa por dominar la computación, con la que juega y experimenta, y no así por los conocimientos que la Humanidad ha acumulado con esfuerzo durante milenios y que son necesarios para la vida. Para muchos jóvenes, la tecnología es un fin en sí mismo en lugar de ser un medio, que es lo que le corresponde. Pídsales a estos mismos estudiantes, versados en computación, que interpreten consignas o que expresen de manera clara ideas propias sobre los temas y véase qué sucede (Rodríguez Izquierdo, 2011).

#### 4.2. Competencias matemáticas, aprendizaje significativo y desarrollo de habilidades del pensamiento

La noción de *competencia* está directamente vinculada con un componente práctico: aplicar lo que se sabe para desempeñarse en una situación (Mosquera Ríos y Vivas Idrobo, 2017).

Las competencias constituyen una combinación de recursos (básicos, genéricos o transversales, específicos) que incluyen conocimientos, habilidades, actitudes, capacidades, valores, etc., los cuales favorecen la autorreflexión y la comprensión de lo que se está haciendo. No se trata de mostrar múltiples títulos de cursos que acrediten conocimientos solamente, sino de demostrar lo que con ese conocimiento se puede hacer frente a una actividad concreta, así como los elementos disposicionales-valorativos en que se sustenta (González Valdés, 2001).

Una competencia se sitúa más bien en un orden heurístico que algorítmico. Al utilizar el término *competencias* se alude a un pensamiento práctico, es decir, a sistemas de comprensión y actuación que incluyen: saber pensar, saber decir, saber hacer y querer hacer (Pérez Gómez, 2010).

Para el caso particular de la Matemática, ser competente está relacionado con ser capaz de realizar tareas matemáticas, además de comprender y argumentar por qué pueden emplearse ciertos conceptos y procedimientos para resolverlas. Esto es, utilizar el saber matemático para plantear y

resolver problemas, transferirlo y adaptarlo a situaciones nuevas, establecer relaciones (analogías y contrastes) y generalizaciones, o aprender nuevos conceptos matemáticos (Mosquera Ríos y Vivas Idrobo, 2017).

Por su parte, el “aprendizaje significativo” fue definido por Ausubel como el proceso mental llevado a cabo por el estudiante para aprender, el cual relaciona la información nueva con lo que ya sabe, dándole un significado y un sentido, y favoreciendo así su comprensión. Esto implica considerar las ideas iniciales del alumno y reconocer el nivel de razonamiento lógico que posee, para proporcionarle experiencias educativas que promuevan sus habilidades del pensamiento. El desarrollo de estas últimas significa que la capacidad de pensar puede nutrirse y cultivarse en las personas, quienes pueden adquirir y estimular dichas habilidades intelectuales a través de su formación, estudio, práctica, conocimientos (conceptuales y de procedimientos) y actitudes (Cuicas Ávila y otros, 2007).

También debe valorarse la importancia del proceso de reelaboración de los conocimientos previos del estudiante cuando éste aborda la incorporación de un contenido nuevo a su estructura cognoscitiva, si efectivamente se da como consecuencia de su participación en un determinado proceso de enseñanza y aprendizaje (Badia, 2006). A este respecto, con el uso de tecnologías en la enseñanza de la Matemática, se pretende que el alumno tome conciencia del proceso utilizado para trabajar y adopte estrategias de aprendizaje que, partiendo de lo que es capaz de hacer, le permitan avanzar gradualmente hacia habilidades del pensamiento de orden superior. Adicionalmente, con la ayuda del software matemático, se busca que el estudiante reflexione acerca de la factibilidad de sus ideas, favoreciendo así un aprendizaje más comprensivo que memorístico, lo que no implica dejar de lado la memoria sino hacer un uso adecuado de ella (Cuicas Ávila y otros, 2007). En este punto, es importante definir la comprensión como “la capacidad de pensar y actuar flexiblemente con los conocimientos”, o también, como “capacidad de desempeño que va más allá de recordar lo enseñado y de repetir rutinas” (Stone Wiske y otras, 2006).

A diferencia de la enseñanza tradicional, basada en la palabra hablada y escrita, la integración de las TIC en propuestas educativas a nivel universitario permite el aprendizaje por medio de todos los sentidos (Gibelli, 2014). Entre las múltiples alternativas que ofrece el software matemático para el logro de aprendizajes significativos se pueden mencionar: contribuye en la exploración e inferencia de fenómenos; permite formular, comparar, verificar y refutar hipótesis; favorece los procesos inductivos y la visualización de conceptos; apoya la argumentación, la justificación y la extracción de conclusiones; posibilita experimentar y contar con un laboratorio de cálculo. Así, el estudiante y la tecnología actúan como socios, pues aquél planifica, descubre, interpreta, decide, y el software calcula, grafica, almacena, automatiza, es decir, efectúa las tareas más tediosas y rutinarias. De esta manera, el software es usado como herramienta cognitiva que libera espacio mental en el alumno para que éste aplique eficientemente sus esfuerzos, centrándose en conceptos esenciales y poniendo en marcha mecanismos más complejos del pensamiento, a la vez que ayuda al docente a evitar actividades que aportan muy poco de forma directa a la tarea educativa pero que hacen falta realizar (Cuicas Ávila y otros, 2007).

En definitiva, en lugar de dominar cantidades de datos, fórmulas aisladas, habilidades mecánicas, rutinas y destrezas simples mediante repetición y ejercicio, aspectos éstos del conocimiento que en la actualidad ya están al alcance de las máquinas electrónicas, y que ellas pueden ejecutar con mucha más facilidad y fiabilidad que los seres humanos (Pérez Gómez, 2010), los estudiantes de hoy necesitan comprender las relaciones que existen entre conceptos clave, los modos disciplinados de razonamiento y los hábitos reflexivos que les permitan reconocer configuraciones repetidas, encontrar significado y dar sentido, sacar conclusiones generales y extrapolar las lecciones aprendidas en un determinado contexto a otros ámbitos, académicos o no. En realidad, los alumnos de hoy deben aprender a contribuir en la generación del conocimiento y los profesores que apuntan

a este objetivo no se conforman simplemente con transmitir un saber producido por otros, sino que deben preparar a sus estudiantes para que éstos piensen por sí mismos (Stone Wiske y otras, 2006).

### 4.3. Evaluación de la calidad del aprendizaje

El concepto de *asimilación* hace referencia al modo por el cual las personas introducen nuevos elementos a sus esquemas mentales preexistentes, explicando el crecimiento o cambio cuantitativo de éste. En tal sentido, la asimilación puede entenderse como la comprensión de lo que se aprende e incorporación de los nuevos conocimientos a los que ya se poseía (Rojas Plasencia y Camejo Puentes, 2010).

La asimilación puede analizarse desde dos puntos de vista: como proceso y como resultado. La asimilación como proceso coincide con el desarrollo de la actividad cognoscitiva, entendida ésta como la acción o conjunto de acciones que se realizan con el propósito de conocer algo. Conjuntamente con la comprensión del conocimiento, los alumnos deben adquirir el método de la actividad, es decir, la forma de poder llevarla a cabo. La asimilación como resultado se refiere al volumen y la cantidad de conocimientos, así como al grado de desarrollo de las habilidades y hábitos que los estudiantes demuestran haber adquirido durante la actividad cognoscitiva o, lo que es lo mismo, el producto del trabajo con el contenido de la enseñanza, particularmente su aplicación en la resolución de ejercicios y tareas (Rojas Plasencia y Camejo Puentes, 2010).

El conocimiento asimilado tiene un carácter generalizado y sintético, y se manifiesta en distintos niveles (Rojas Plasencia y Camejo Puentes, 2010):

- *Reproducción*: Se caracteriza por actividades de repetición del objeto de conocimiento. Incluye desde la copia de un modelo hasta su reproducción a base de memoria, haya sido comprendido o no.
- *Aplicación*: Se distingue por la utilización de los conocimientos y métodos de la actividad asimilada en la solución de cierta clase de ejercicios o problemas y de situaciones prácticas.
- *Creación*: Se pone de manifiesto cuando el alumno demuestra autonomía para hallar la solución de un nuevo problema, asequible a sus capacidades y posibilidades pero difícil y exigente. También cuando reconoce la necesidad y tiene el poder de: trasladar de forma independiente los conocimientos y las habilidades a una nueva situación; descubrir un nuevo uso o función de un objeto ya conocido; combinar métodos adquiridos de la actividad o elaborar un nuevo método; plantearse varias posibles soluciones para un mismo problema. Estas formas de actividad están muy relacionadas con la formación de intereses cognoscitivos y de una actitud emocional positiva hacia el estudio y el contenido de la enseñanza.

Por otra parte, el *desempeño* de una persona está determinado por el uso que hace del conocimiento, sin separarlo de los factores afectivos y volitivos. Cuando se habla de “desempeño cognitivo” se hace referencia al cumplimiento de lo que se debe hacer en un área del saber de acuerdo con las exigencias establecidas para ello, según la edad y el grado escolar alcanzado. Ese desempeño se puede evaluar en distintos niveles (Rojas Plasencia y Camejo Puentes, 2010).

Los niveles de desempeño cognitivo se caracterizan por dos aspectos: la magnitud (cantidad o volumen) de los logros del aprendizaje alcanzados en una asignatura determinada y el grado de complejidad con que se quiere medir esos logros. Los niveles de desempeño cognitivo son utilizados para identificar los diferentes estadios en que se encuentran los conocimientos, las habilidades y las capacidades de los alumnos ante la solución de la diversidad de tareas docentes, siempre en relación directa con los objetivos de aprendizaje, permitiendo evaluar así la calidad del proceso educativo en su integridad (Rojas Plasencia y Camejo Puentes, 2010).

Se consideran tres niveles de desempeño cognitivo:

- Primer nivel: Capacidad del alumno para utilizar las operaciones de carácter instrumental básicas de una asignatura dada. Para ello deberá reconocer, describir e interpretar los conceptos, de modo que se traduzcan de forma literal las propiedades esenciales en que éstos se sustentan (Leyva Leyva, Proenza Garrido, Leyva Leyva, Cristo Varona y Romero Rodríguez, 2008). En el caso particular de la Matemática, el primer nivel de desempeño cognitivo tiene que ver con el reconocimiento de objetos y elementos matemáticos. En este nivel están presentes aquellos conceptos, habilidades y capacidades que conforman la base para la comprensión matemática. Los ejercicios son formales y eminentemente reproductivos, en los cuales se utilizan procedimientos y algoritmos rutinarios (Rojas Plasencia y Camejo Puentes, 2010).
- Segundo nivel: Capacidad del alumno para establecer relaciones de diferentes tipos donde, además de reconocer, describir e interpretar los conceptos, deberá aplicarlos a una situación práctica planteada, enmarcada ésta en situaciones que tienen una vía de solución conocida, al menos para la mayoría de los alumnos, y reflexionar sobre sus relaciones internas (Leyva Leyva y otros, 2008). En el caso específico de la Matemática, el segundo nivel de desempeño cognitivo está relacionado con la solución de problemas rutinarios, es decir, situaciones problemáticas que, sin llegar a ser propiamente reproductivas, tampoco pueden ser consideradas completamente productivas. Este nivel constituye un primer paso en el desarrollo de la capacidad para aplicar estructuras matemáticas a la resolución de problemas (Rojas Plasencia y Camejo Puentes, 2010).
- Tercer nivel: Capacidad del alumno para resolver problemas propiamente dichos, la creación de textos, ejercicios de transformación, identificación de contradicciones, búsqueda de asociaciones por medio del pensamiento lateral, entre otros, donde la vía de solución, por lo general, no es conocida para la mayoría de los alumnos y donde el nivel de producción de los mismos es más elevado (Leyva Leyva y otros, 2008). En el caso concreto de la Matemática, el tercer nivel de desempeño cognitivo está asociado a la solución de problemas no rutinarios. En este nivel los estudiantes son capaces de reconocer estructuras matemáticas complejas y resolver problemas que posibilitan la puesta en escena de estrategias, razonamientos y planes que exigen al alumno poner en juego su conocimiento matemático y desplegar al máximo sus capacidades intelectuales (Rojas Plasencia y Camejo Puentes, 2010).

Tratándose del campo de la Matemática, el conocimiento o desconocimiento total o parcial de la vía de solución de un cierto ejercicio por parte de los alumnos es el factor determinante para decidir cuál nivel de desempeño cognitivo va a ser evaluado. Cuando la vía de solución de cierta clase de ejercicios es conocida, para resolver cualquiera de ellos, sólo basta reconocerlo como un ejercicio que se resuelve de la misma manera que otros y realizar dicha vía; no serán ejercicios para medir los niveles II y III del desempeño cognitivo, aun cuando la forma del ejercicio pudiera dar idea de ello. Cuando en un ejercicio se han cambiado las condiciones o las exigencias, o ambas, y la resolución del mismo implica que los alumnos muevan su pensamiento y usen el saber y el poder adquiridos para identificar en la nueva situación lo común y lo diferente respecto a ejercicios ya resueltos anteriormente, y a partir de ahí determinar una estrategia de solución, entonces se está ante un ejercicio no reproductivo, es decir, del nivel de desempeño cognitivo II o III, en dependencia de lo novedoso o complejo que sea (Rojas Plasencia y Camejo Puentes, 2010).

Ambas categorías, niveles de asimilación y niveles de desempeño cognitivo, deben considerarse independientes aunque estrechamente relacionadas (Leyva Leyva y otros, 2008).

La asimilación del contenido de enseñanza transita de un nivel a otro en la medida que, durante el proceso de desarrollo de la actividad cognoscitiva, fundamentalmente a través de las clases, se van elevando gradual y progresivamente las exigencias de los ejercicios y tareas que los alumnos deben resolver, es decir, de las prácticas necesarias para lograr la adquisición de los conocimientos, de manera que las mismas lleven a los estudiantes de lo simple, conocido y rutinario a lo complejo,

desconocido y novedoso. Para lograr la asimilación en determinado nivel, la cantidad de ejercicios necesarios dependerá de varios factores, entre ellos el ritmo de aprendizaje de cada alumno y del grupo en general (Rojas Plasencia y Camejo Puentes, 2010).

En determinados momentos del proceso hay que evaluar o medir cuánto se ha adquirido respecto de los conocimientos, habilidades y capacidades, y con cuánta complejidad los alumnos pueden desempeñarse exitosamente al utilizar el saber y el poder adquiridos en el área específica que ha sido objeto de la actividad cognoscitiva; para esos momentos es apropiado hablar de los niveles de desempeño cognitivo. Es posible, a partir de la resolución de un test o examen sobre el contenido de la enseñanza que debió ser asimilado, determinar si efectivamente se produjo la asimilación y en qué nivel de desempeño cognitivo se encuentran los alumnos respecto a un determinado contenido (Rojas Plasencia y Camejo Puentes, 2010).

Hay una identidad entre los ejercicios para lograr la asimilación del contenido en sus distintos niveles y los ejercicios para evaluar el nivel de desempeño cognitivo; la diferencia entre ellos no es de forma, sino que está dada por el objetivo con que se utilizan en determinada fase del proceso de la actividad cognoscitiva y, consecuentemente, por el nivel de independencia característico de cada fase. El proceso de enseñanza-aprendizaje tiene carácter de sistema, sus fases se entrelazan entre sí pese a sus particularidades, y es un proceso dialéctico. El maestro enseña y controla lo enseñado, a veces simultáneamente y a veces por separado; también los alumnos de esa misma forma asimilan el contenido y demuestran lo asimilado. El desempeño depende de la cantidad y calidad con que se ha asimilado el contenido y el método de la actividad; la asimilación es más rápida y segura cuando hay un elevado desempeño cognitivo en el área del conocimiento de lo nuevo por asimilar (Rojas Plasencia y Camejo Puentes, 2010).

Por otra parte, el carácter sistémico de la categoría niveles de desempeño cognitivo posibilita valorar el modelo de institución educativa, pues se evalúa a partir de los objetivos de cada enseñanza, asignatura, grado escolar, etc. Dicha categoría rebasa los niveles de asimilación, ya que permite evaluar la calidad o el grado de excelencia con que deben manifestarse los conocimientos, las habilidades y las capacidades de los alumnos, ubicarlos en un determinado nivel según sus resultados y reorientar el proceso de enseñanza-aprendizaje en función de mejorar esos resultados (Leyva Leyva y otros, 2008).

Tradicionalmente, los resultados del rendimiento de los estudiantes se han presentado en términos de porcentaje de respuestas correctas. Pero es erróneo identificar cierto valor de la proporción de aciertos de los alumnos, en los ítems de las distintas pruebas, al éxito o al fracaso en una materia. El porcentaje medio de aciertos no indica, a priori, qué es lo que saben o ignoran los estudiantes porque no tiene en cuenta el grado de dificultad de los ítems. Si los mismos alumnos hubieran contestado a otra prueba, ligeramente más fácil o más difícil, podrían haber obtenido valores medios de aciertos distintos (Leyva Leyva y otros, 2008).

Dos estudiantes con la misma proporción de aciertos pueden tener conocimientos de muy distinto nivel. Un alumno ha podido responder correctamente a los 5 ítems más fáciles, o considerados del primer nivel, y otro a los 5 más difíciles, donde ha respondido ítems de los tres niveles. Los dos tendrán la misma puntuación y, lo que es peor, el mismo grado de certidumbre respecto a su puntuación (Leyva Leyva y otros, 2008).

El porcentaje de respuestas acertadas no indica ni cuál es la importancia de los ítems no contestados correctamente, ni cuántos son los estudiantes que no los han contestado. Estas razones conducen a que los principales indicadores, como tendencias actuales e internacionalmente aceptadas a tener en cuenta, en cada una de las materias, para la medición del rendimiento de los alumnos y, en última instancia, para determinar la calidad del aprendizaje, sean: el porcentaje de respuestas correctas, el porcentaje de respuestas correctas en cada nivel de desempeño y el porcentaje de alumnos que alcanza cada nivel de desempeño (Leyva Leyva y otros, 2008).

## 5. Metodología

Como primer paso en el cumplimiento de los objetivos del presente trabajo, se procedió a realizar una intensa búsqueda en la web de herramientas de software que permitieran estudiar la convergencia de distintas series numéricas, teniendo como premisa que tales herramientas fuesen gratuitas para que las mismas pudieran ser utilizadas libremente por todos los miembros de las comunidades educativas de nuestras universidades públicas. El resultado de tal indagación fue el encuentro de sólo dos servicios en línea: Wolfram Alpha y Symbolab, cuyas principales características se describen en la sección 5.1.

La siguiente instancia consistió en el armado de una guía práctica para trabajar en clase con los alumnos, tomando como base el material didáctico sobre el tema Series Numéricas elaborado por docentes de la cátedra de Análisis Matemático I de la UTN-FRSF (Suau, Barán, Ferrando y D'Ippolito, 2016), y algunos ejercicios adicionales extraídos de diversas fuentes (libros de Cálculo I, páginas de Internet, etc.). También se confeccionaron encuestas de opinión sobre las herramientas utilizadas, mediante el uso de la aplicación Google Forms (formularios de Google) incorporada en Google Drive, el servicio de almacenamiento de archivos en la nube que provee de forma gratuita la compañía estadounidense Google. Ambos recursos (guía práctica sobre Series Numéricas y encuestas de opinión acerca de Wolfram Alpha y Symbolab) estaban disponibles para los estudiantes a través del campus virtual de la UTN-FRSF, el cual es accesible por docentes y alumnos de la Facultad desde una variedad de dispositivos electrónicos, tales como notebooks, netbooks, tablets o smartphones, entre otros.

Finalmente, se procesaron las encuestas, se analizaron los resultados, así como también los exámenes de promoción directa de los estudiantes que participaron de la experiencia, y se obtuvieron conclusiones.

### 5.1. Herramientas de software a analizar

Como se mencionó previamente, en la búsqueda de herramientas de software para la enseñanza y experimentación con series numéricas, se arribó al hallazgo de sólo dos servicios en línea: Wolfram Alpha y Symbolab. La escasez de recursos tecnológicos disponibles para analizar la convergencia de diversas series numéricas determinó que no fuera necesario definir criterios de selección para las herramientas encontradas; en su lugar, ambas fueron sometidas a la evaluación por parte de los alumnos que participaron de la experiencia didáctica.

También cabe aclarar que se utilizaron las versiones gratuitas de los dos buscadores, ya que los mismos presentan versiones pagas más sofisticadas y con mayor cantidad de funcionalidades, pero a un costo que no necesariamente resulta accesible para la comunidad universitaria en su conjunto.

#### 5.1.1. WOLFRAM ALPHA

Es una herramienta online gratuita desarrollada por la compañía Wolfram Research y lanzada al mercado en el año 2009.

Se define como un “motor computacional de conocimiento” (computational knowledge engine) que procesa preguntas en lenguaje natural (inglés) y no busca las respuestas enlazando documentos o páginas web (como lo hace Google), sino que las ofrece directamente extrayéndolas de una base de datos estructurada. Para ello, almacena conocimiento humano obtenido de fuentes públicas y comprobado por expertos en la materia (no es información recopilada automáticamente), y utiliza un superordenador de más de 10.000 CPUs para procesar algoritmos que intentan entender la

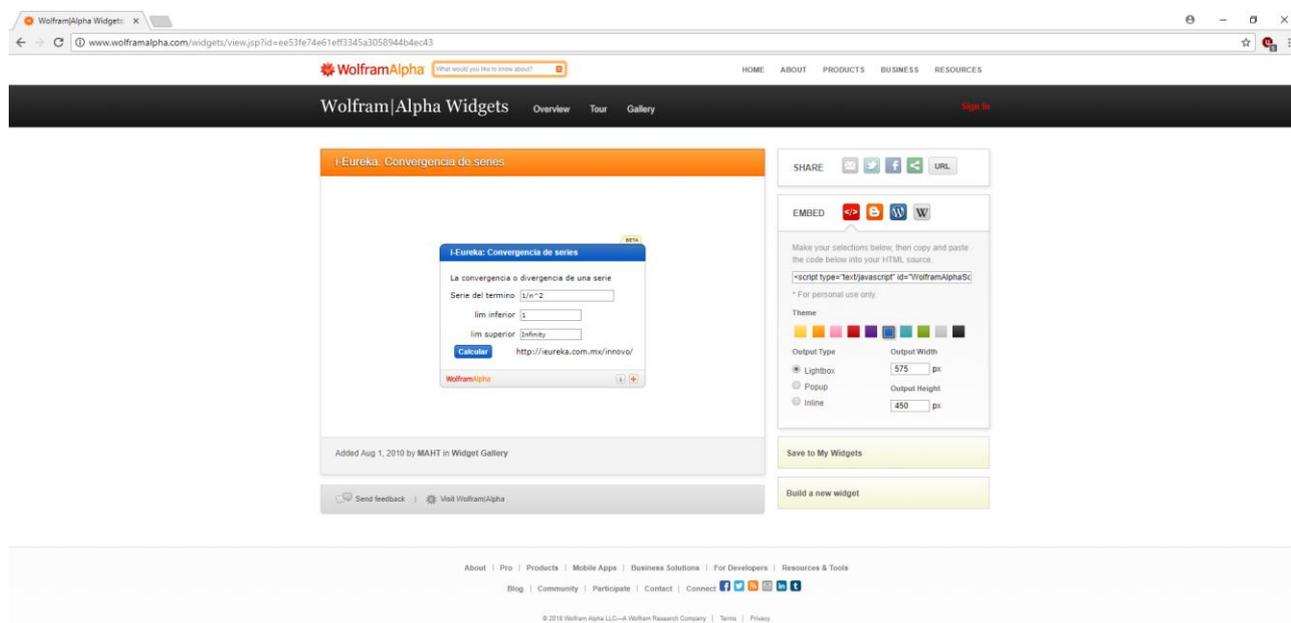
pregunta y ofrecen una respuesta concreta, básicamente datos objetivos matemáticamente consistentes, por lo que puede decirse que estos algoritmos sintetizan conocimientos avanzados haciendo inferencias a partir de un pequeño conjunto de información básica (Pascual, 2015).

El buscador de conocimiento Wolfram Alpha puede contestar preguntas de casi cualquier tema (geografía, historia, biología, artes, y muchas otras disciplinas), pero su punto fuerte es el extensísimo motor de cálculo, basado en el potente programa Mathematica creado por la misma compañía, que incorpora el procesamiento de álgebra, cálculo numérico y simbólico, visualizaciones y capacidades estadísticas, por lo cual no sólo ofrece respuestas sino que además analiza datos, gráficos e imágenes (Pascual, 2015).

Wolfram Alpha ofrece también a los usuarios la posibilidad de insertar en la web o en los programas varios tipos de widgets (pequeñas aplicaciones), barras de herramientas y otros complementos, de forma gratuita. Con el paso de los años, la herramienta se ha extendido desde la web a las apps para dispositivos móviles (iOS y Android), aunque estas últimas son de pago, igual que la versión PRO del buscador, que permite obtener una explicación paso a paso de cómo se ha llegado al resultado y ofrece funciones avanzadas, como la posibilidad de interpretar fotografías, trabajar con tablas de datos, descargar informes en formato PDF, etcétera (Pascual, 2015).

En la figura 1 se muestra la interfaz de usuario correspondiente al widget proporcionado por Wolfram Alpha para resolver series numéricas. En el panel principal se identifican tres campos, rellenos con valores por defecto, para ingresar el término general de la serie y los límites inferior y superior de la sumatoria, respectivamente, junto con un “botón” para ejecutar los cálculos. A la derecha de dicho panel, se encuentran disponibles algunas herramientas para personalizar la apariencia de la interfaz de usuario.

El widget de Wolfram Alpha para resolver series numéricas es accesible desde la dirección URL: <http://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=ee53fe74e61eff3345a3058944b4ec43>



**Figura 1.** Interfaz de usuario del widget de Wolfram Alpha para resolver series numéricas.

### 5.1.2. SYMBOLAB

Es una herramienta online gratuita desarrollada por la compañía EqsQuest Ltd. y lanzada al mercado en el año 2011.

Funciona como un buscador *semántico* de fórmulas matemáticas, es decir, entiende el significado de los símbolos introducidos en la consulta, para lo cual dispone de un editor de fórmulas WYSIWYG (“lo que ves es lo que obtienes”), e indexa el texto completo y las ecuaciones ingresadas de enciclopedias, diccionarios en línea, publicaciones académicas, conferencias, libros y otras fuentes que, en la actualidad, cubren áreas de Matemática, Física y Química. Dicho en otras palabras, se trata de un buscador temático que hace búsquedas especializadas de contenidos científicos y matemáticos, indexando una gran cantidad de respuestas que luego trata de hacer coincidir con la pregunta hecha (Anónimo, 2018).

Se caracteriza por dar no sólo la solución a la consulta, sino también porque indica todo el procedimiento que se siguió para llegar al resultado, el cual se obtiene mediante el empleo de un motor de búsqueda que utiliza algoritmos de aprendizaje automático (machine learning) patentados (Anónimo, 2018).

Todas las cuentas que se efectúen en la calculadora Symbolab se pueden pasar a formato PDF desde el propio entorno. También es posible hacer anotaciones en un cuaderno al que se accede por suscripción y que almacena los documentos en la nube. Próximamente se podrán hacer en Symbolab prácticas y exámenes online (la sección ya existe en inglés pero aún no es funcional). Otro proyecto a implementar es el de la comunidad de usuarios, que está en fase beta. Asimismo, se echan en falta secciones dedicadas a la probabilidad y la estadística, y que se puedan calcular las masas de los compuestos químicos, entre otras (Anónimo, 2018).

Además de la versión en línea, que funciona en cualquier navegador, la herramienta Symbolab también está disponible como apps para dispositivos móviles (iOS y Android) que se pueden descargar de modo pago (Anónimo, 2018).

En la figura 2 se muestra la interfaz de usuario correspondiente a la calculadora de series numéricas proporcionada por Symbolab. En el panel central se puede observar un editor de fórmulas, un campo para introducir el término general de la serie, junto con el “botón” de ejecución, y algunos ejemplos de series, tanto numéricas como de potencias. A la izquierda del panel central, se visualiza un área de listas desplegables para acceder a todas las operaciones del Cálculo que ofrece la herramienta (límites, derivadas e integrales y sus aplicaciones, ecuaciones diferenciales ordinarias, transformada de Laplace, etc.), mientras que, desde la derecha de la pantalla, se puede acceder a una calculadora gráfica y al blog de Symbolab relacionado con series numéricas.

La calculadora de series numéricas de Symbolab es accesible desde la dirección URL: <https://es.symbolab.com/solver/series-calculator>

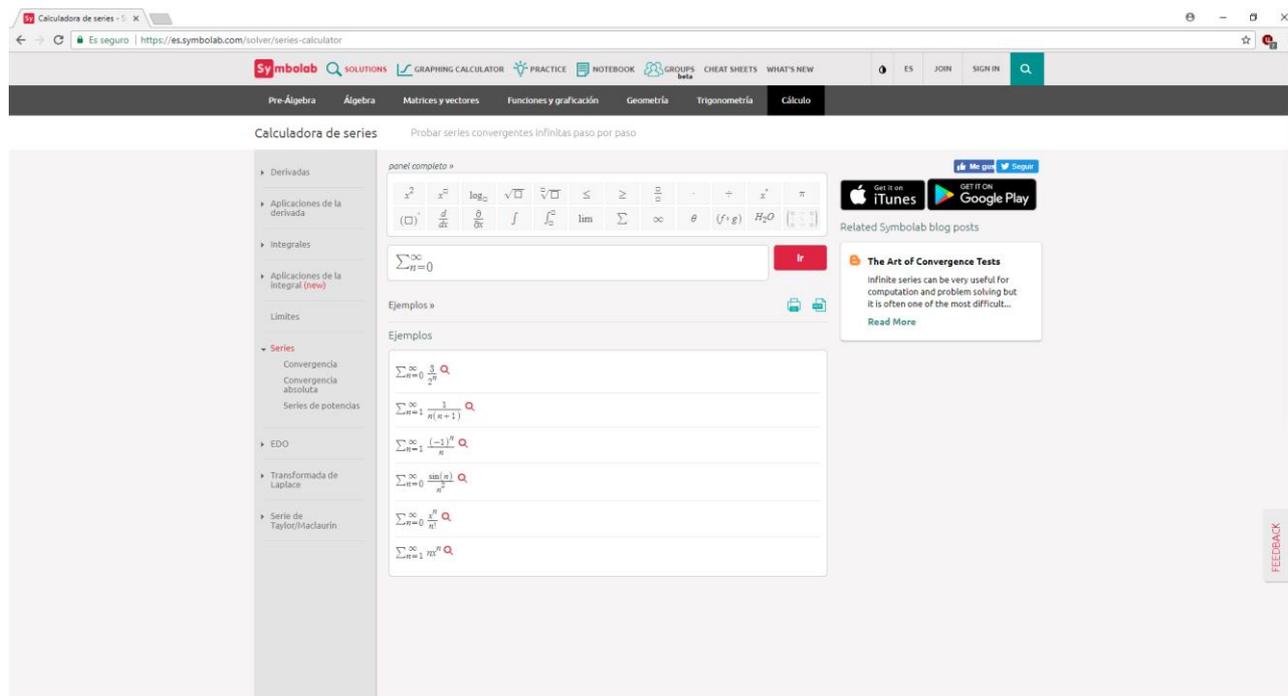


Figura 2. Interfaz de usuario de la calculadora de series numéricas de Symbolab.

## 5.2. Descripción de la experiencia didáctica

La experiencia áulica llevada a cabo con las herramientas de software Wolfram Alpha y Symbolab tuvo lugar durante los meses de octubre y noviembre de 2018, e involucró a alumnos del primer año de tres especialidades de Ingeniería de las cinco que se ofrecen como carreras de grado en la UTN-FRSF: Civil, Eléctrica e Industrial.

Participaron de dicha experiencia, en cantidades aproximadas: 10 estudiantes de Ingeniería Eléctrica, sobre un total de 35; 15 de Ingeniería Industrial, sobre un total de 45; y 20 de Ingeniería Civil, sobre un total de 50. Cabe aclarar que estos números son una consecuencia de la época del año académico en la que se aborda el tema de las series numéricas dentro del programa de la asignatura Análisis Matemático I. Para estas fechas, ya han transcurrido todas las instancias formales de evaluación que tienen lugar durante el cursado de la materia, es decir, trabajos prácticos y exámenes parciales que abarcan los grandes ejes temáticos de Análisis Matemático I (Cálculo Diferencial y Cálculo Integral), los cuales incluyen todos los conceptos previos que se requieren para una mejor comprensión de las nociones referidas a series numéricas. Por esta razón, muchos alumnos dejan de asistir a las clases de la asignatura en un intento por optimizar los tiempos de estudio con miras a prepararse para rendir las evaluaciones recuperatorias que les permitan alcanzar la regularidad o la promoción de Análisis Matemático I, mientras que continúan con el cursado de la materia aquellos estudiantes que ya obtuvieron la regularidad, o bien parte de la promoción de la asignatura. También es importante señalar que, como las clases dedicadas al estudio de los criterios de convergencia de series numéricas estaban previstas dentro del cronograma de Análisis Matemático I, planificado en función del calendario académico, es decir, no se trataron de clases extracurriculares, la asistencia de los alumnos a las mismas variaba levemente de una clase a otra.

Se asignó, de forma aleatoria, la herramienta Wolfram Alpha a la comisión de Ingeniería Eléctrica y Symbolab a Ingeniería Industrial. En el caso de Ingeniería Civil, como era la comisión más numerosa, y buscando mantener un cierto equilibrio en cuanto a la cantidad de alumnos que trabajara con cada software, se dividió en dos grupos de diez estudiantes cada uno, asignándose,

también de manera aleatoria, Wolfram Alpha a un grupo y Symbolab al otro, lo que favoreció la realización de comparaciones, por parte de los mismos alumnos, de los resultados obtenidos con cada herramienta.

En cada comisión, se destinaron tres clases de dos horas reloj cada una a la experiencia didáctica, previa introducción a la teoría de series numéricas. En cada clase, se llevó a cabo la siguiente secuencia:

1. Breve explicación teórica, por parte de la docente, de algunos criterios de convergencia y a qué tipo de series numéricas aplicarlos.
2. Resolución manual y conjunta (entre la docente y los alumnos, y entre los alumnos con sus pares) de la práctica correspondiente. Este paso, que implicó la realización en lápiz y papel de los ejercicios propuestos, se consideró necesario para que los estudiantes adquiriesen el método de cada criterio de convergencia, dado que las evaluaciones formales de la asignatura responden a la estructura de la enseñanza tradicional, siendo las mismas escritas, individuales y de carácter sumativo.
3. Prueba en el software de los ejercicios indicados en el paso anterior y análisis e interpretación de los resultados obtenidos, para lo cual se pidió a los alumnos que llevaran a las clases, en grupos de a dos, sus equipos electrónicos (particularmente notebooks, netbooks y tablets).

En la medida que los estudiantes se preparaban para rendir el último parcial o el examen final de la asignatura, contestaban voluntariamente el cuestionario de valoración online correspondiente a la herramienta informática utilizada en clases. Estas encuestas de opinión eran anónimas y no revestían el carácter de obligatorias, aunque los alumnos habían sido informados que formarían parte del presente trabajo. Las mismas estuvieron habilitadas hasta la finalización del ciclo lectivo 2018, es decir, hasta el 31 de marzo de 2019.

## 6. Análisis de resultados

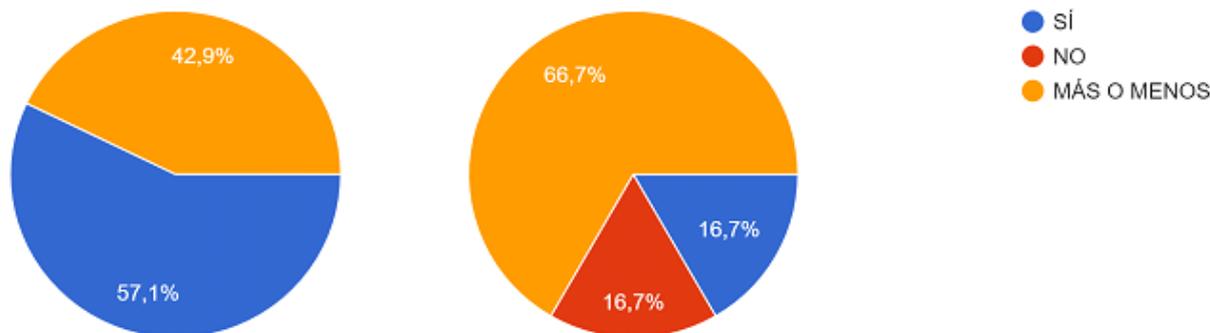
### 6.1. Respecto de las herramientas de software

Los formularios web, que se pusieron a disposición de los estudiantes para que ellos completaran desde su experiencia con la herramienta utilizada, contenían preguntas de múltiple opción que consideraban aspectos relacionados a la facilidad de uso, existencia de ejemplos claros, lenguaje matemático usado para las fórmulas, exactitud de las salidas o resultados obtenidos, tiempo de respuesta, detalle de la solución, entre otros. También proporcionaban un espacio para que los alumnos pudieran hacer cualquier comentario, aclaración o aporte que consideraran pertinente respecto del uso de la herramienta informática.

Contestaron el cuestionario de valoración sobre Wolfram Alpha, 7 alumnos de Ingeniería Eléctrica y 6 de Ingeniería Civil, lo que representa el 70% y 60%, respectivamente, de los estudiantes de ambas carreras que participaron de la experiencia didáctica. En el caso de Symbolab, respondieron la encuesta de opinión 12 alumnos de Ingeniería Industrial y 10 de Ingeniería Civil, lo que representa el 80% y 100%, respectivamente, de los estudiantes de ambas carreras que participaron de la experiencia áulica.

En las figuras 3 a 30 se muestran los resultados obtenidos. Vale aclarar que el análisis de los datos que se realiza a continuación es de tipo cualitativo; no estadístico.

#### 1) La interfaz de usuario, ¿es amigable y fácil de usar?



**Figura 3.** Respuesta de alumnos de Ing. Eléctrica e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 1 de la encuesta sobre Wolfram Alpha.

Si bien un poco más de la mitad de los alumnos de Ingeniería Eléctrica que contestaron la encuesta acerca de Wolfram Alpha opinó que la interfaz de usuario es amigable y fácil de usar, la mayoría de los estudiantes que trabajaron con esta herramienta y respondieron el cuestionario de valoración consideró que la misma no es tan simple de manejar. Como las entradas deben efectuarse en idioma inglés y, en el caso de fórmulas matemáticas, con formato de “línea de comandos”, no resulta intuitiva la introducción de operaciones relacionadas con funciones trigonométricas, exponenciales o logarítmicas, por citar algunos ejemplos. Además, debe cuidarse el correcto uso de paréntesis para que la expresión ingresada produzca el resultado buscado.

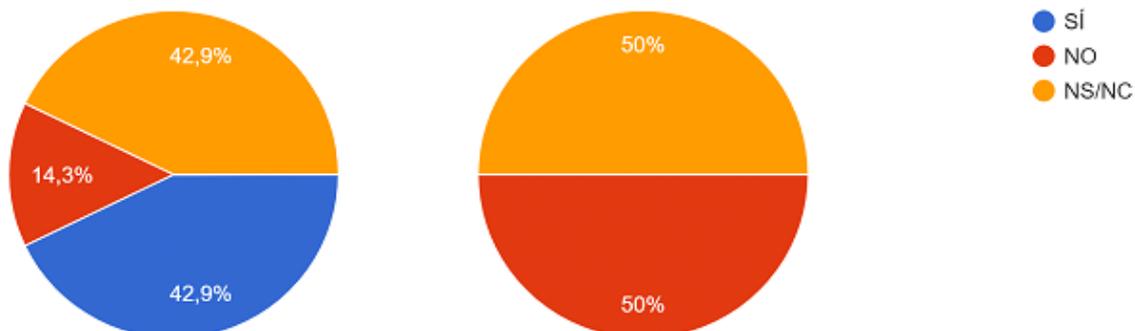
### 1) La interfaz de usuario, ¿es amigable y fácil de usar?



**Figura 4.** Respuesta de alumnos de Ing. Industrial e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 1 de la encuesta sobre Symbolab.

En el caso de Symbolab, casi todos los alumnos que trabajaron con esta herramienta, y contestaron la encuesta acerca de la misma, opinaron que la interfaz de usuario es amigable y fácil de usar, puesto que ofrece un editor de fórmulas matemáticas muy completo dado que se trata de un buscador especializado en la materia. Además, el entorno visual proporcionado por la herramienta resulta bastante atractivo para cualquier usuario.

### 2) ¿La herramienta trae ejemplos ilustrativos de funcionamiento y/o manual de ayuda para el usuario (help)?

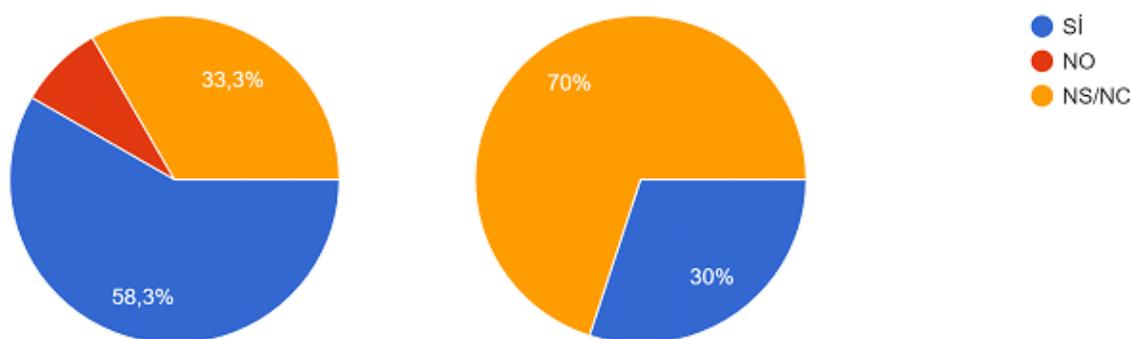


**Figura 5.** Respuesta de alumnos de Ing. Eléctrica e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 2 de la encuesta sobre Wolfram Alpha.

Aunque la mayoría de los alumnos que trabajaron con la herramienta Wolfram Alpha, y respondieron el cuestionario de valoración sobre la misma, no supo contestar la pregunta 2 de la encuesta, se presenta una disparidad entre las opiniones de los estudiantes de Ingeniería Eléctrica y Civil acerca de si la herramienta trae o no ejemplos ilustrativos de funcionamiento y/o manual de

ayuda para el usuario. Esta discrepancia podría explicarse por la no presencia, a simple vista, de una sección etiquetada como *help* en la interfaz de usuario de la herramienta, aunque los campos que conforman la entrada de la misma se encuentran rellenos con un ejemplo de cómo deben ser completados por el usuario.

## 2) ¿La herramienta trae ejemplos ilustrativos de funcionamiento y/o manual de ayuda para el usuario (help)?

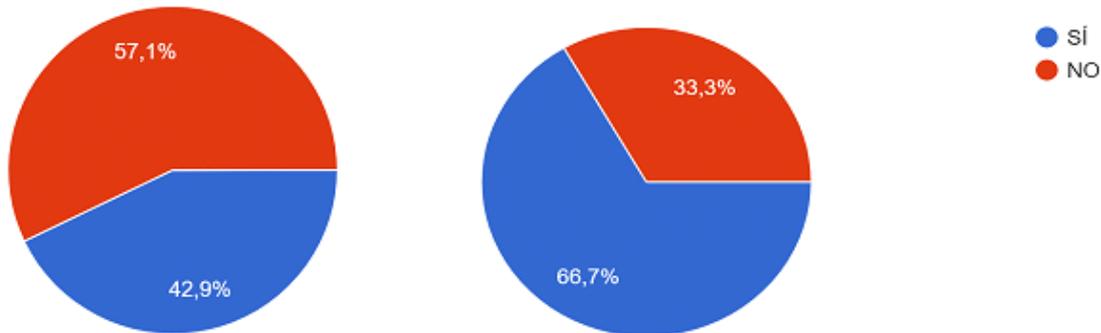


**Figura 6.** Respuesta de alumnos de Ing. Industrial e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 2 de la encuesta sobre Symbolab.

En lo que refiere a Symbolab, hay bastante paridad entre el total de alumnos que no supieron responder la pregunta 2 del cuestionario de valoración sobre la herramienta y el total de estudiantes que afirmaron que esta última trae ejemplos ilustrativos de funcionamiento y/o manual de ayuda para el usuario. A este respecto se puede decir que, si bien no se observa ninguna sección etiquetada como *help*, en la interfaz de usuario de la herramienta se visualizan cuatro ejemplos de series numéricas que permiten acceder, de manera parcial, a los cálculos efectuados para determinar la convergencia o no de las mismas. A continuación, se transcribe el comentario hecho por un alumno de Ingeniería Industrial sobre este punto:

“Si no se dispone de la versión paga, la versión gratis de Symbolab brinda menos ayuda.”

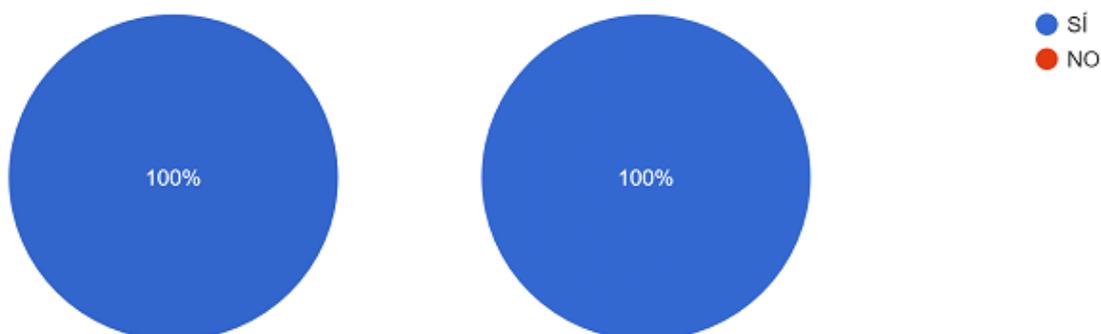
3) ¿El formato de las entradas coincide con la simbología empleada en clase?



**Figura 7.** Respuesta de alumnos de Ing. Eléctrica e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 3 de la encuesta sobre Wolfram Alpha.

Las respuestas a la pregunta 3 de la encuesta de opinión acerca de Wolfram Alpha generan un poco de confusión. Por un lado, existe una cierta paridad entre el total de alumnos que trabajaron con la herramienta y contestaron el cuestionario de valoración sobre la misma, tanto de Ingeniería Eléctrica como de Civil, que consideraron que el formato de las entradas coincidía con la simbología empleada en clase y los que pensaban que no. Por otra parte, entre los estudiantes de Ingeniería Eléctrica, son más los que se inclinaron por el no, mientras que en Ingeniería Civil, la mayoría se inclinó por el sí. No hay aclaraciones al respecto en la sección de la encuesta destinada a los comentarios de los alumnos, por lo que se concluye que, quizás, hubiera sido esclarecedor, para este punto, contar con un mayor número de respuestas por parte de los estudiantes.

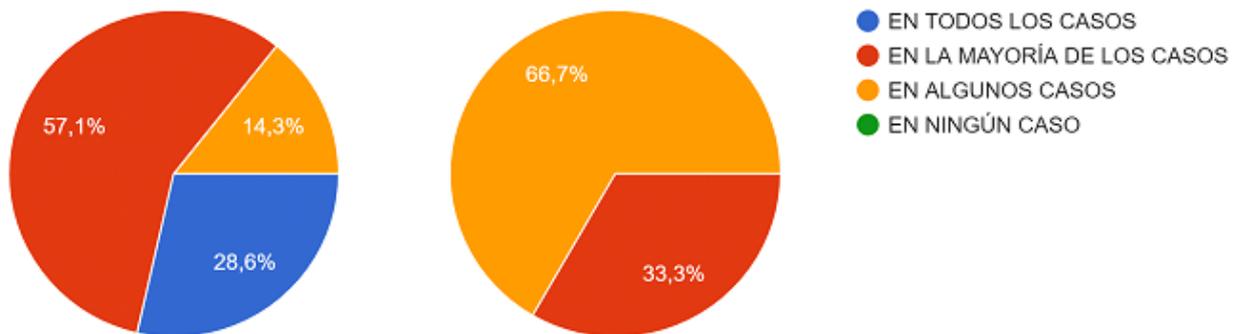
3) ¿El formato de las entradas coincide con la simbología empleada en clase?



**Figura 8.** Respuesta de alumnos de Ing. Industrial e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 3 de la encuesta sobre Symbolab.

Tanto los alumnos de Ingeniería Industrial como los de Ingeniería Civil que trabajaron con la herramienta Symbolab, y respondieron la encuesta de opinión acerca de la misma, contestaron, de forma unánime, que el formato de las entradas de la herramienta coincidía con la simbología empleada en clase.

#### 4) ¿Pudo interpretar las salidas generadas por la herramienta?

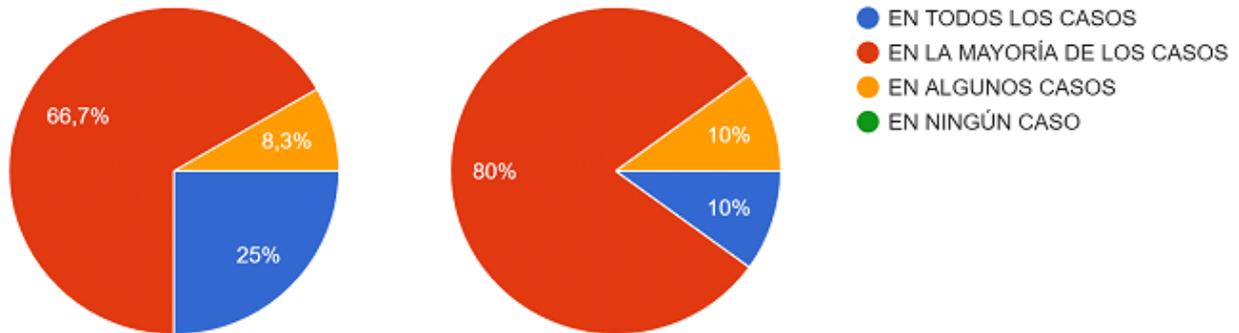


**Figura 9.** Respuesta de alumnos de Ing. Eléctrica e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 4 de la encuesta sobre Wolfram Alpha.

Se advierte bastante paridad entre el total de alumnos que trabajaron con la herramienta Wolfram Alpha, y respondieron el cuestionario de valoración acerca de la misma, que pudieron interpretar las salidas generadas en la mayoría de los casos, o bien, sólo en algunos casos, resultando para los estudiantes de Ingeniería Eléctrica más fácil que para los de Ingeniería Civil la interpretación de estas salidas. A tal respecto, una alumna de Ingeniería Civil manifestó, abiertamente, que su dificultad pasaba por la falta de manejo del idioma inglés, mientras que un estudiante de Ingeniería Eléctrica aportó la siguiente acotación:

“En algunos casos, las respuestas resultaban difíciles de interpretar porque la herramienta agregaba una función *zeta* en los resultados.”

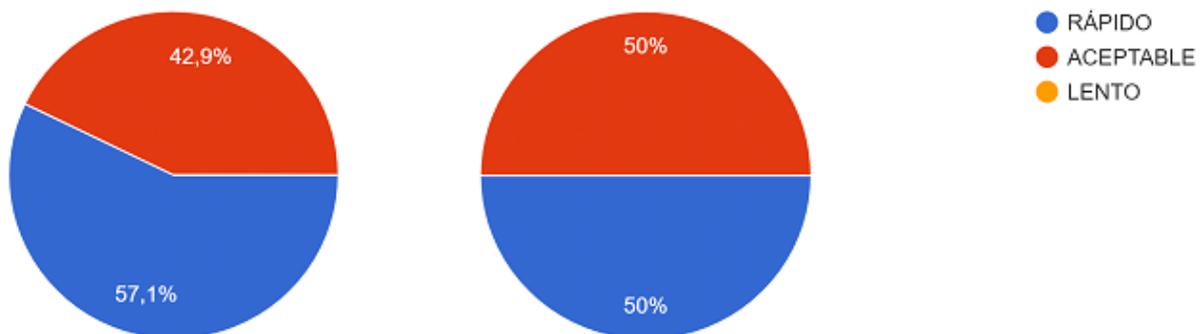
#### 4) ¿Pudo interpretar las salidas generadas por la herramienta?



**Figura 10.** Respuesta de alumnos de Ing. Industrial e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 4 de la encuesta sobre Symbolab.

La mayoría de los alumnos que trabajaron con la herramienta Symbolab, y contestaron la encuesta de opinión acerca de la misma, tanto de Ingeniería Industrial como de Civil, pudo interpretar, en la mayoría de los casos, las salidas generadas por la herramienta. Asimismo, ninguno de estos estudiantes manifestó que en algún caso no haya podido interpretar dichas salidas. Esta última situación también se evidencia entre los alumnos que trabajaron con Wolfram Alpha.

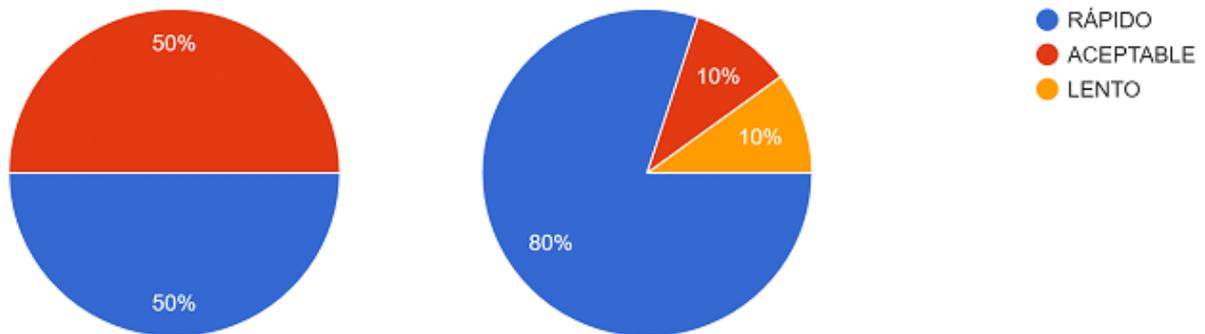
#### 5) ¿Qué le pareció el tiempo de respuesta de la herramienta para ofrecer la solución?



**Figura 11.** Respuesta de alumnos de Ing. Eléctrica e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 5 de la encuesta sobre Wolfram Alpha.

Tanto los alumnos de Ingeniería Eléctrica como los de Ingeniería Civil que trabajaron con la herramienta Wolfram Alpha, y contestaron el cuestionario de valoración acerca de la misma, consideraron entre rápido y aceptable el tiempo de respuesta de la herramienta para ofrecer la solución.

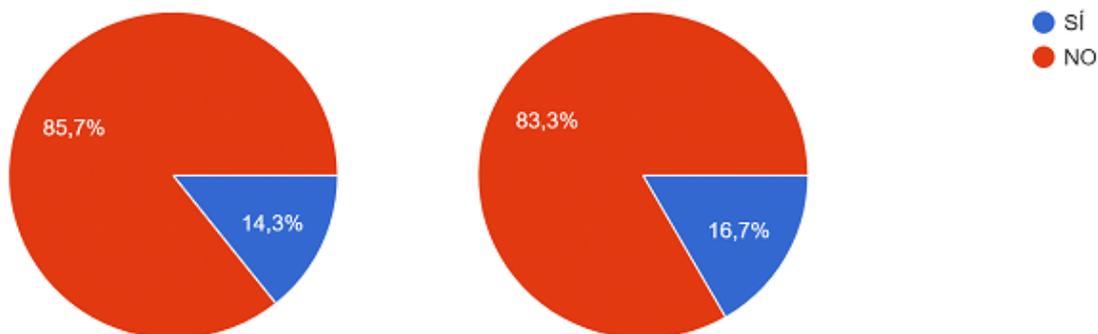
5) ¿Qué le pareció el tiempo de respuesta de la herramienta para ofrecer la solución?



**Figura 12.** Respuesta de alumnos de Ing. Industrial e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 5 de la encuesta sobre Symbolab.

Mientras que los alumnos de Ingeniería Industrial que trabajaron con la herramienta Symbolab, y respondieron la encuesta de opinión acerca de la misma, consideraron entre rápido y aceptable el tiempo de respuesta de la herramienta para ofrecer la solución, la mayoría de los estudiantes de Ingeniería Civil, que también trabajaron con Symbolab, consideró que su tiempo de respuesta para ofrecer la solución fue rápido.

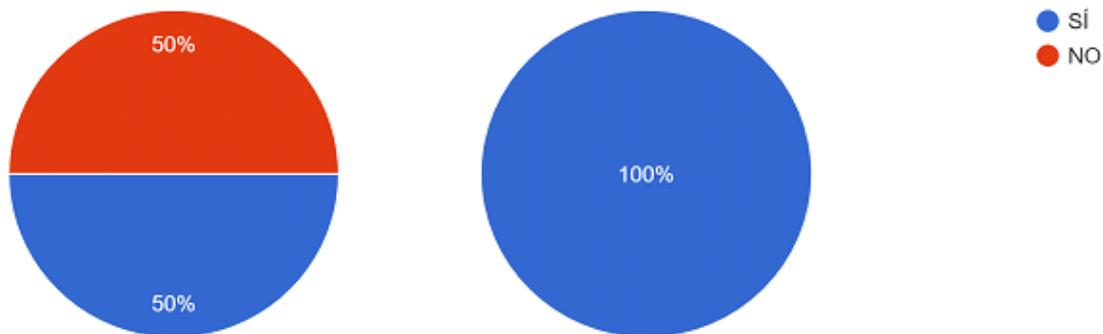
6) La herramienta muestra todos los cálculos efectuados paso a paso.



**Figura 13.** Respuesta de alumnos de Ing. Eléctrica e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 6 de la encuesta sobre Wolfram Alpha.

La mayoría de los alumnos que trabajaron con la herramienta Wolfram Alpha, y respondieron el cuestionario de valoración acerca de la misma, tanto de Ingeniería Eléctrica como de Civil, manifestó que la herramienta no muestra todos los cálculos efectuados, paso a paso, para determinar la convergencia o no de una serie numérica dada.

6) La herramienta muestra todos los cálculos efectuados paso a paso.

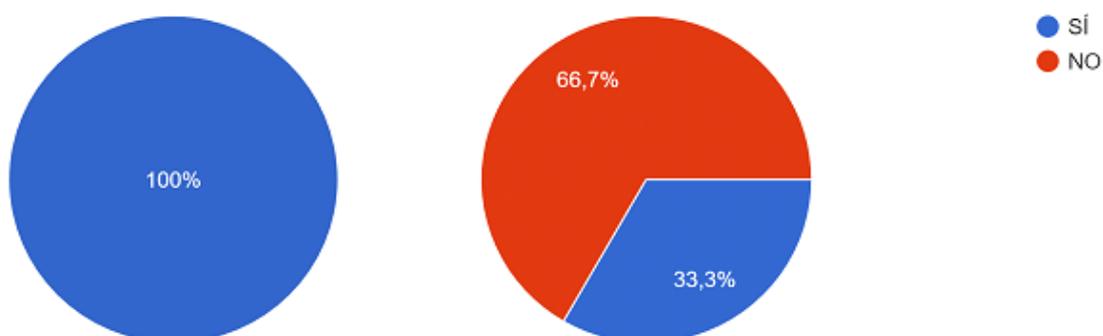


**Figura 14.** Respuesta de alumnos de Ing. Industrial e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 6 de la encuesta sobre Symbolab.

Aunque todos los alumnos de Ingeniería Civil que trabajaron con la herramienta Symbolab, y contestaron la encuesta de opinión acerca de la misma, afirmaron que la herramienta mostró todos los cálculos efectuados, paso a paso, al analizar la convergencia de una serie numérica dada, sólo la mitad de los estudiantes de Ingeniería Industrial, que también trabajaron con Symbolab, estuvo de acuerdo con esta opinión. A continuación, se transcribe el comentario hecho por un alumno de Ingeniería Industrial sobre este punto:

“Hay que aclarar que la versión que nosotros utilizamos es la versión gratuita del software, por ello muchas veces no nos mostraba todos los pasos de la resolución. La calculadora sólo nos servía para determinar la convergencia de la serie, tampoco calcula sumas.”

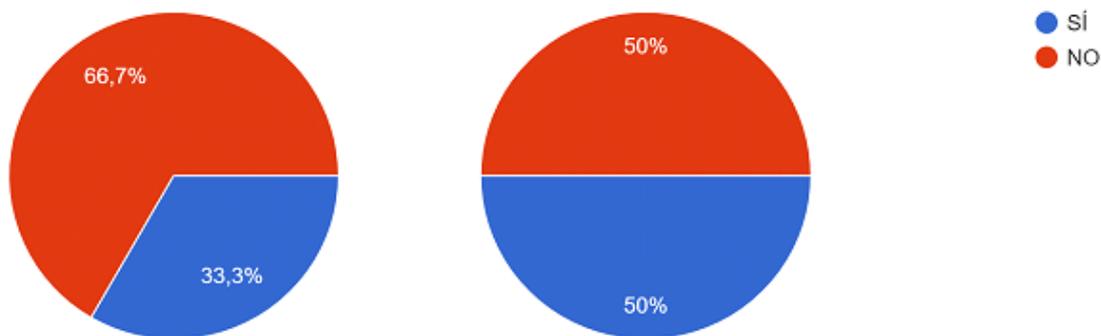
7) La herramienta permite resolver la convergencia o divergencia de cualquier serie numérica.



**Figura 15.** Respuesta de alumnos de Ing. Eléctrica e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 7 de la encuesta sobre Wolfram Alpha.

Aunque todos los alumnos de Ingeniería Eléctrica que trabajaron con la herramienta Wolfram Alpha, y respondieron el cuestionario de valoración acerca de la misma, afirmaron que la herramienta permite resolver la convergencia o divergencia de cualquier serie numérica, más de la mitad de los estudiantes de Ingeniería Civil, que también trabajaron con Wolfram Alpha, no estuvo de acuerdo con esta opinión. Al respecto, se pudo constatar que, sobre un total de 40 ejercicios, la herramienta no pudo ofrecer la solución en 5 casos, lo que equivale a un 87,5% de efectividad.

### 7) La herramienta permite resolver la convergencia o divergencia de cualquier serie numérica.



**Figura 16.** Respuesta de alumnos de Ing. Industrial e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 7 de la encuesta sobre Symbolab.

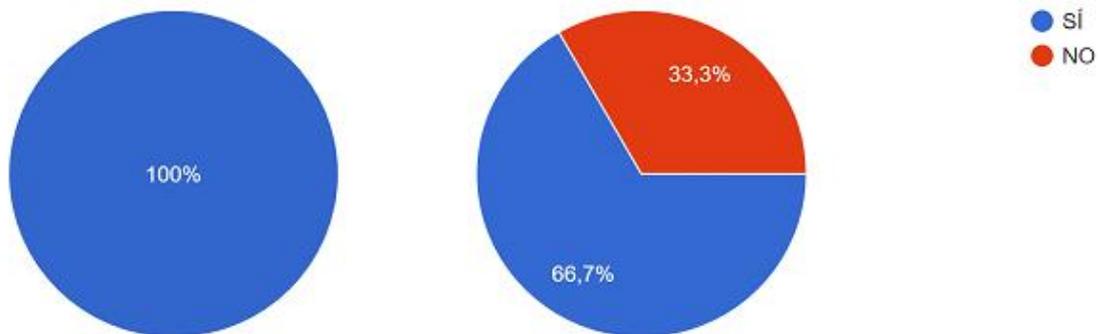
En el caso de Symbolab, la mayoría de los alumnos que trabajaron con esta herramienta, y contestaron la encuesta de opinión acerca de la misma, afirmó que Symbolab no permite resolver la convergencia o divergencia de cualquier serie numérica. A este respecto, se transcribe el comentario de un estudiante de Ingeniería Industrial:

“Me gustaría aclarar que la herramienta no siempre llega a un resultado, un ejemplo de ello es que no pude lograr que me resuelva la mayoría de las series propuestas para trabajar con el criterio de la raíz. No sé si fue casualidad, pero es lo que noté en mi experiencia (casi todo lo hacía con el criterio de D'Alembert).”

Sobre este mismo punto, un alumno de Ingeniería Civil aportó lo siguiente:

“En algunos casos, cuando ingresabas la serie expresada de una manera, la herramienta decía que no se podía calcular, pero si la operabas y reescribías la misma serie de otra forma equivalente, te calculaba de manera efectiva su carácter.”

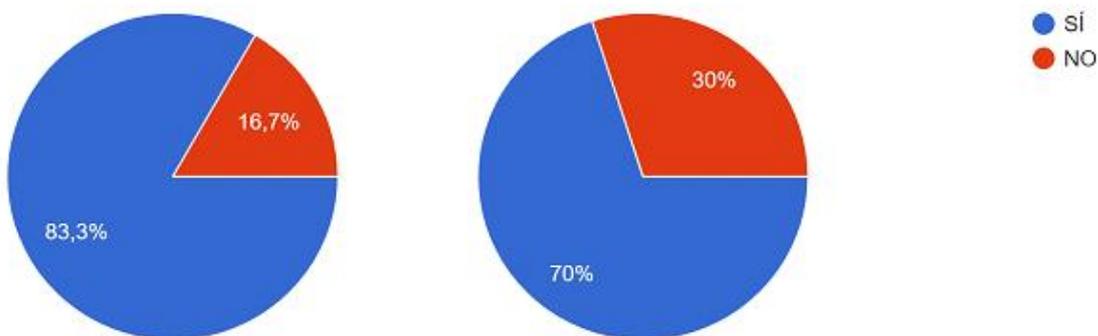
## 8) Los resultados obtenidos son siempre exactos.



**Figura 17.** Respuesta de alumnos de Ing. Eléctrica e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 8 de la encuesta sobre Wolfram Alpha.

La mayoría de los alumnos de Ingeniería Civil que trabajaron con la herramienta Wolfram Alpha, y respondieron el cuestionario de valoración acerca de la misma, afirmó que los resultados obtenidos con la herramienta son siempre exactos, en tanto que la totalidad de los estudiantes de Ingeniería Eléctrica, que también trabajaron con Wolfram Alpha, estuvo de acuerdo con esta opinión. Esto representa un alto grado de confiabilidad en las salidas de la herramienta.

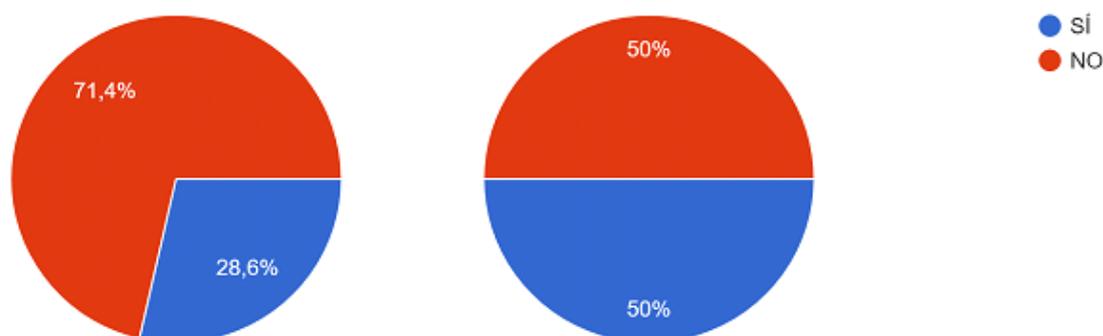
## 8) Los resultados obtenidos son siempre exactos.



**Figura 18.** Respuesta de alumnos de Ing. Industrial e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 8 de la encuesta sobre Symbolab.

En lo que respecta a Symbolab, también la mayoría de los alumnos que trabajaron con esta herramienta, y contestaron la encuesta de opinión acerca de la misma, tanto de Ingeniería Industrial como de Civil, afirmó que los resultados obtenidos con Symbolab son siempre exactos. Sólo se ha podido detectar un error, posiblemente de traducción, en algunas ocasiones en que la herramienta refiere a convergencia *tradicional* en lugar de convergencia condicional.

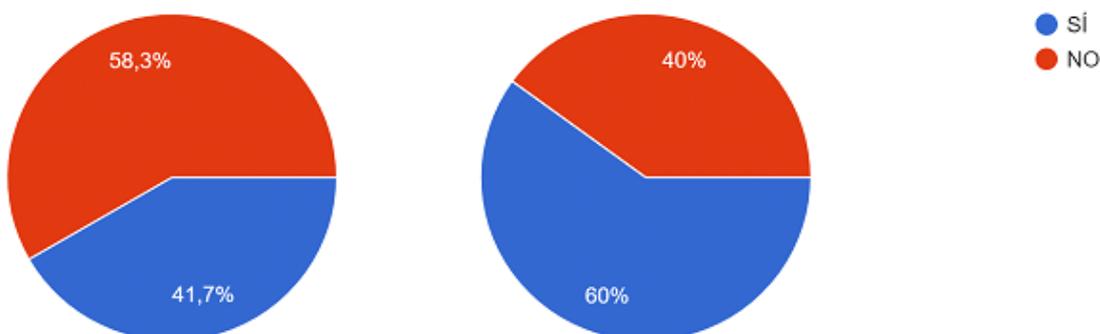
9) La herramienta utiliza distintos criterios de análisis para una serie numérica dada y proporciona los resultados de cada uno de ellos.



**Figura 19.** Respuesta de alumnos de Ing. Eléctrica e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 9 de la encuesta sobre Wolfram Alpha.

La mayoría de los alumnos de Ingeniería Eléctrica que trabajaron con la herramienta Wolfram Alpha, y respondieron el cuestionario de valoración acerca de la misma, contestó negativamente a la pregunta 9 de dicha encuesta, mientras que hubo paridad entre las respuestas de los estudiantes de Ingeniería Civil que también trabajaron con la mencionada herramienta. Se presume que pudo haber confusión entre los alumnos al interpretar el significado de esta pregunta, puesto que pudo corroborarse que, efectivamente, Wolfram Alpha va probando distintos criterios de convergencia e indicando, en la salida, que los mismos no son concluyentes hasta que logra encontrar el test (en algunos casos, más de uno) que le permite resolver la convergencia o divergencia de la serie numérica ingresada.

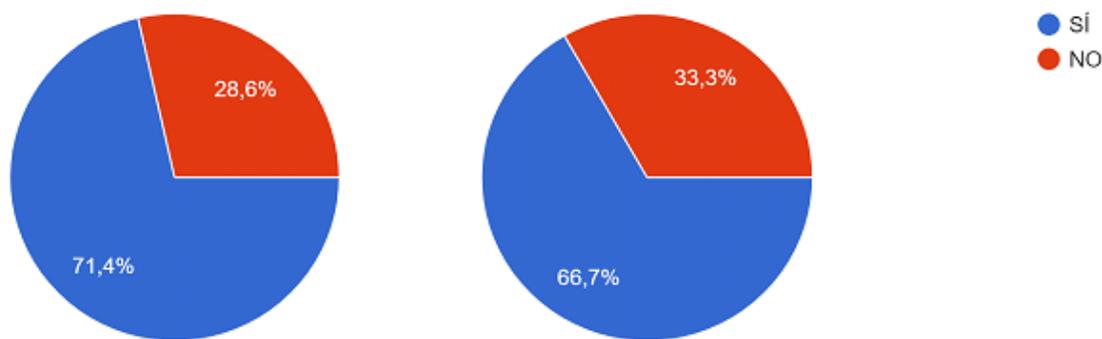
9) La herramienta utiliza distintos criterios de análisis para una serie numérica dada y proporciona los resultados de cada uno de ellos.



**Figura 20.** Respuesta de alumnos de Ing. Industrial e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 9 de la encuesta sobre Symbolab.

En el caso de Symbolab, se puede advertir una completa paridad entre el total de alumnos que trabajaron con esta herramienta, y contestaron la encuesta de opinión acerca de la misma, tanto de Ingeniería Industrial como de Civil, en cuanto a la respuesta de la pregunta 9 del cuestionario de valoración. Se cree que aquí también pudo pasar algo similar a lo ocurrido con la misma pregunta acerca de Wolfram Alpha, dado que, según lo expresado en el blog de Symbolab, al cual se puede acceder desde la propia interfaz de la herramienta, los algoritmos internos eligen y ejecutan automáticamente el mejor criterio de convergencia para analizar la serie numérica ingresada, razón por la cual se muestra un único resultado en la salida.

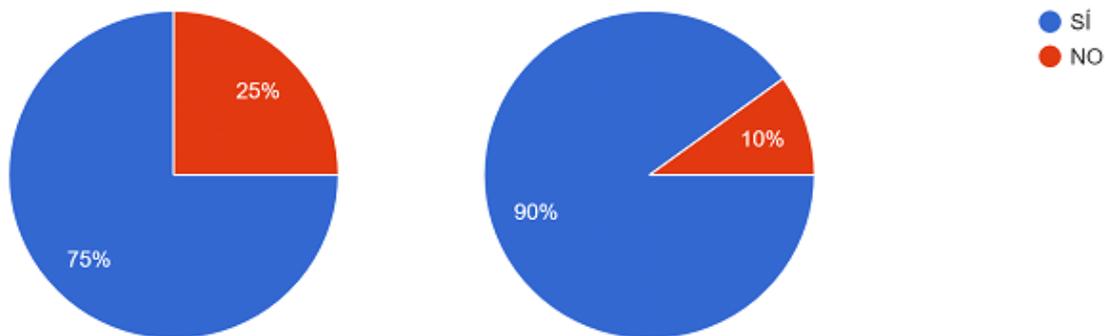
#### 10) La variedad de criterios de análisis que utiliza la herramienta abarca a todos los estudiados en clase.



**Figura 21.** Respuesta de alumnos de Ing. Eléctrica e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 10 de la encuesta sobre Wolfram Alpha.

Aunque la mayoría de los alumnos que trabajaron con la herramienta Wolfram Alpha, y contestaron la encuesta acerca de la misma, tanto de Ingeniería Eléctrica como de Civil, opinó que la variedad de criterios de análisis que utiliza la herramienta para determinar la convergencia o no de las series numéricas abarca a todos los estudiados en clase, no se pudo corroborar, en base a la práctica realizada, que Wolfram Alpha reconozca a una serie telescópica como tal ni que la herramienta haga empleo del criterio de la integral en algún caso. Por otra parte, si bien Wolfram Alpha efectúa comparaciones entre series numéricas, no se especifica si dichas comparaciones son directas o en el límite.

10) La variedad de criterios de análisis que utiliza la herramienta abarca a todos los estudiados en clase.



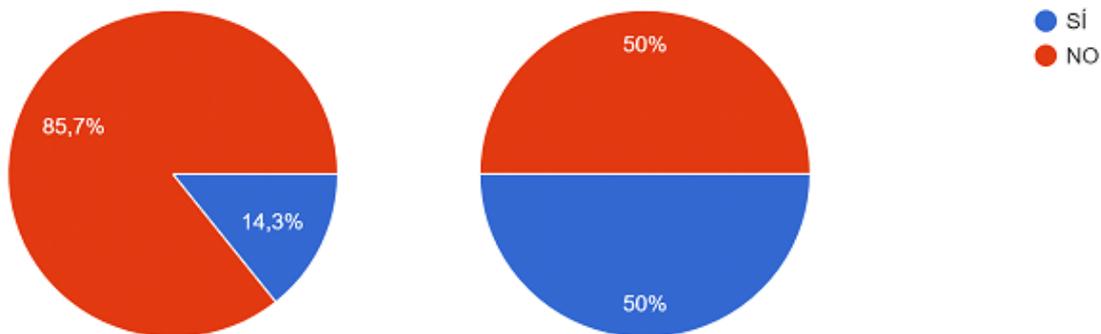
**Figura 22.** Respuesta de alumnos de Ing. Industrial e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 10 de la encuesta sobre Symbolab.

Con respecto a Symbolab, la gran mayoría de los alumnos que trabajaron con esta herramienta, y contestaron la encuesta acerca de la misma, tanto de Ingeniería Industrial como de Civil, opinó que la variedad de criterios de análisis que utiliza Symbolab para determinar la convergencia o divergencia de las series numéricas abarca a todos los estudiados en clase. No obstante ello, se transcriben, a continuación, los comentarios de dos alumnos de Ingeniería Industrial sobre este punto:

“La herramienta resulta en parte incompleta, puesto que hay ciertas operaciones en determinadas series que no determina, como es la suma en series telescópicas y geométricas. Además, tiene como criterio predilecto el de D'Alembert, a pesar que en algunos casos otros criterios resultan más prácticos y sencillos de aplicar.”

“El criterio de D'Alembert es muy utilizado por el software en casos donde es posible obtener el carácter de la serie con una simple comparación directa (por ejemplo, el ejercicio 5d de la práctica).”

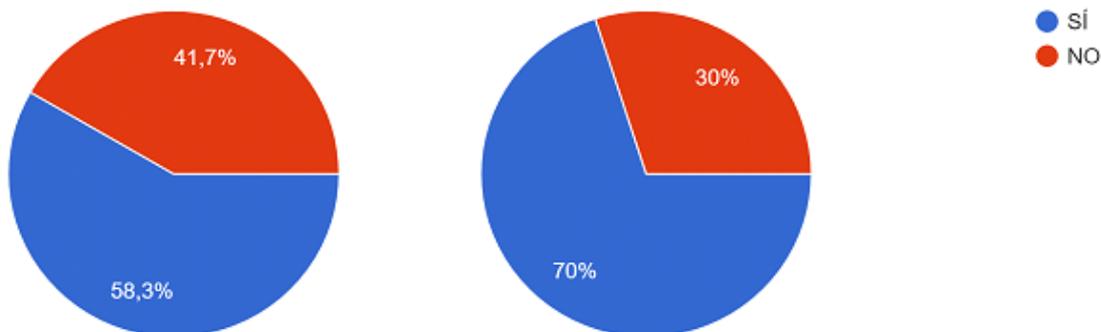
## 11) La herramienta realiza análisis de convergencia absoluta y condicional.



**Figura 23.** Respuesta de alumnos de Ing. Eléctrica e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 11 de la encuesta sobre Wolfram Alpha.

La mayoría de los alumnos que trabajaron con la herramienta Wolfram Alpha, y respondieron el cuestionario de valoración acerca de la misma, tanto de Ingeniería Eléctrica como de Civil, manifestó que la herramienta no realiza análisis de convergencia absoluta y condicional, lo cual pudo verificarse.

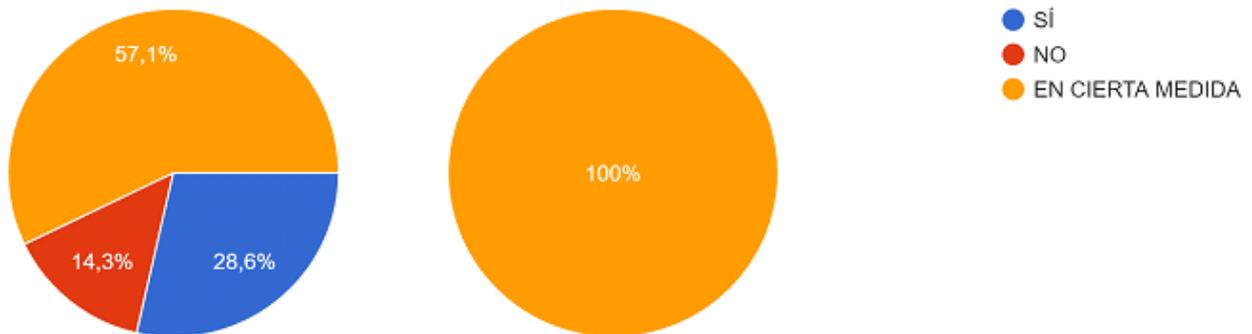
## 11) La herramienta realiza análisis de convergencia absoluta y condicional.



**Figura 24.** Respuesta de alumnos de Ing. Industrial e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 11 de la encuesta sobre Symbolab.

En lo que refiere a Symbolab, por el contrario, la mayoría de los alumnos que trabajaron con esta herramienta, y respondieron el cuestionario de valoración acerca de la misma, tanto de Ingeniería Industrial como de Civil, manifestó que la herramienta sí realiza análisis de convergencia absoluta y condicional, lo cual también pudo verificarse.

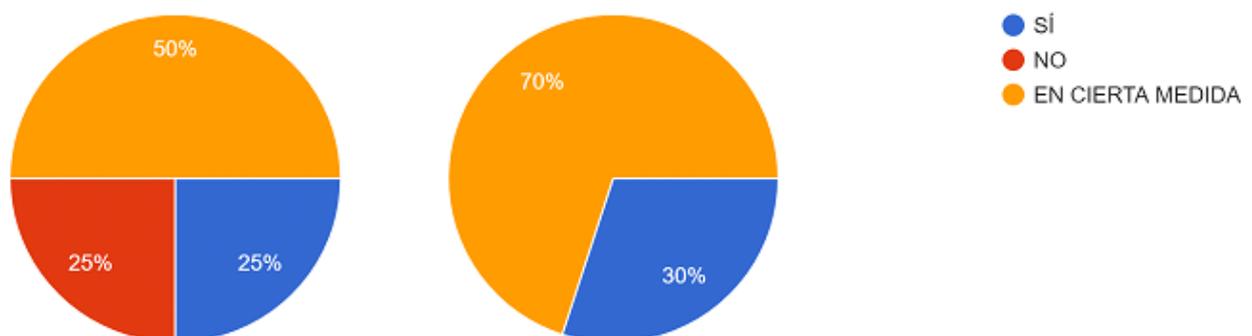
12) ¿Fue de utilidad la herramienta para decidir sobre el criterio de análisis más adecuado a aplicar en una serie numérica dada?



**Figura 25.** Respuesta de alumnos de Ing. Eléctrica e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 12 de la encuesta sobre Wolfram Alpha.

La gran mayoría de los alumnos que trabajaron con la herramienta Wolfram Alpha, y contestaron la encuesta acerca de la misma, tanto de Ingeniería Eléctrica como de Civil, opinó que la herramienta fue bastante útil (respuestas entre SÍ y EN CIERTA MEDIDA) para decidir sobre el criterio de análisis más adecuado a aplicar en la determinación de la convergencia o divergencia de una serie numérica dada.

12) ¿Fue de utilidad la herramienta para decidir sobre el criterio de análisis más adecuado a aplicar en una serie numérica dada?

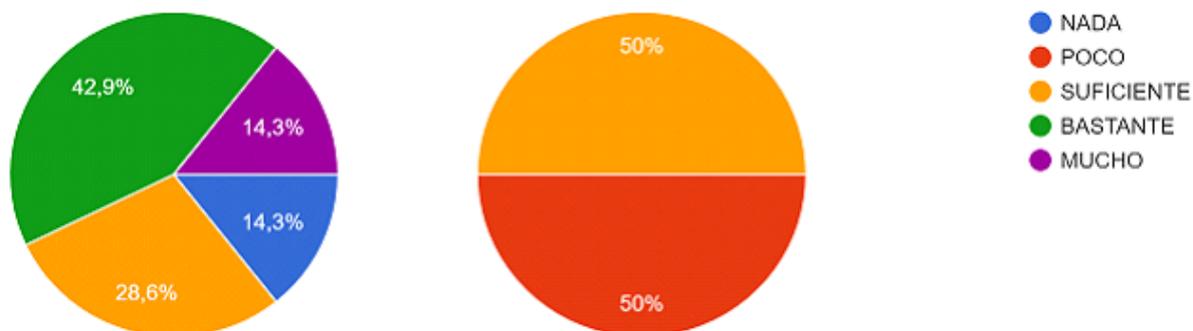


**Figura 26.** Respuesta de alumnos de Ing. Industrial e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 12 de la encuesta sobre Symbolab.

De la misma manera, la gran mayoría de los alumnos que trabajaron con la herramienta Symbolab, y contestaron la encuesta acerca de la misma, tanto de Ingeniería Industrial como de Civil, opinó que la herramienta fue bastante útil (respuestas entre SÍ y EN CIERTA MEDIDA) para decidir sobre el

criterio de análisis más adecuado a aplicar en la determinación de la convergencia o divergencia de una serie numérica dada.

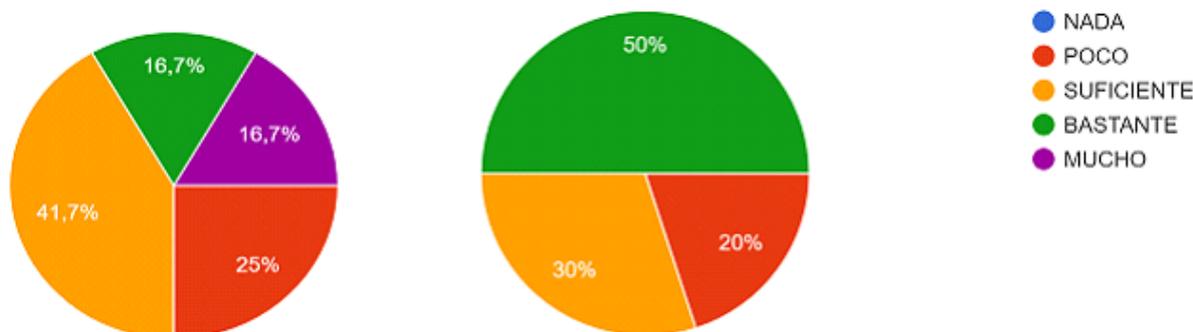
13) El uso de la herramienta, ¿le facilitó la comprensión del tema Series Numéricas?



**Figura 27.** Respuesta de alumnos de Ing. Eléctrica e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 13 de la encuesta sobre Wolfram Alpha.

La mayoría de los alumnos que trabajaron con la herramienta Wolfram Alpha, y respondieron el cuestionario de valoración acerca de la misma, tanto de Ingeniería Eléctrica como de Civil, consideró que el uso de la herramienta les facilitó, entre poco y bastante, la comprensión del tema Series Numéricas. Se puede hacer una distinción aquí entre los estudiantes de Ingeniería Eléctrica y los de Civil, ya que los primeros manifestaron que el uso de Wolfram Alpha facilitó, entre suficiente y bastante, mientras que los segundos, entre poco y suficiente, la comprensión del tema en cuestión.

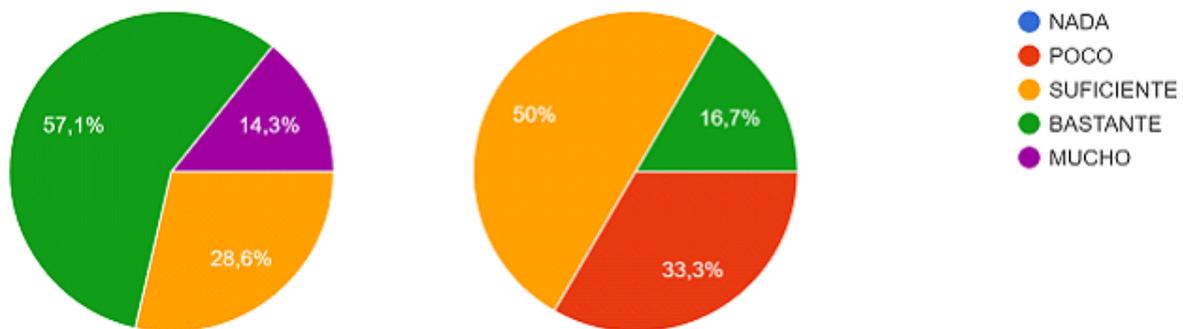
13) El uso de la herramienta, ¿le facilitó la comprensión del tema Series Numéricas?



**Figura 28.** Respuesta de alumnos de Ing. Industrial e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 13 de la encuesta sobre Symbolab.

También la mayoría de los alumnos que trabajaron con la herramienta Symbolab, y respondieron el cuestionario de valoración acerca de la misma, tanto de Ingeniería Industrial como de Civil, consideró que el uso de la herramienta les facilitó, entre poco y bastante, la comprensión del tema Series Numéricas. Se puede destacar aquí que ningún estudiante de Ingeniería Industrial manifestó que el uso de Symbolab no haya facilitado en absoluto la comprensión del tema en cuestión, mientras que la mayoría de los alumnos de Ingeniería Civil consideró que el uso de la herramienta les facilitó, entre suficiente y bastante, la comprensión del tema Series Numéricas.

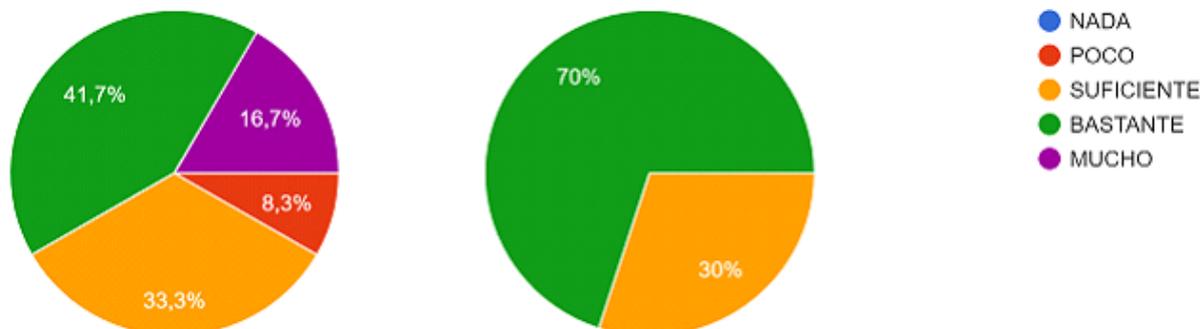
14) ¿Cree que el uso de la herramienta contribuye a mejorar el aprendizaje del tema Series Numéricas?



**Figura 29.** Respuesta de alumnos de Ing. Eléctrica e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 14 de la encuesta sobre Wolfram Alpha.

La mayoría de los alumnos que trabajaron con la herramienta Wolfram Alpha, y contestaron la encuesta acerca de la misma, tanto de Ingeniería Eléctrica como de Civil, opinó que el uso de la herramienta contribuye a mejorar, entre suficiente y bastante, el aprendizaje del tema Series Numéricas. También se puede distinguir aquí entre los estudiantes de Ingeniería Eléctrica y los de Civil, ya que los primeros opinaron que el uso de Wolfram Alpha contribuye a mejorar, entre suficiente y mucho, mientras que los segundos, entre poco y bastante, el aprendizaje del tema en cuestión.

14) ¿Cree que el uso de la herramienta contribuye a mejorar el aprendizaje del tema Series Numéricas?



**Figura 30.** Respuesta de alumnos de Ing. Industrial e Ing. Civil, respectivamente, a la pregunta 14 de la encuesta sobre Symbolab.

De la misma manera, la mayoría de los alumnos que trabajaron con la herramienta Symbolab, y contestaron la encuesta acerca de la misma, tanto de Ingeniería Industrial como de Civil, opinó que el uso de la herramienta contribuye a mejorar, entre suficiente y bastante, el aprendizaje del tema Series Numéricas. Se puede destacar aquí que ningún estudiante de Ingeniería Industrial consideró que el uso de Symbolab no contribuya a mejorar para nada el aprendizaje del tema en cuestión, mientras que la mayoría de los alumnos de Ingeniería Civil opinó que el uso de la herramienta contribuye a mejorar bastante el aprendizaje del tema Series Numéricas.

A modo de resumen, en la tabla 1 se presenta una comparación entre las dos herramientas de software analizadas en cuanto a: cualidades técnicas deseables de las mismas; factores que influyen en el grado de satisfacción de los estudiantes a partir de su uso; y características funcionales requeridas para la comprensión del tema Series Numéricas y el desarrollo de capacidades matemáticas relacionadas con el mismo. Cabe destacar que estos criterios de calidad fueron definidos contemplando aspectos pedagógicos y didácticos relevantes para el aprendizaje del tema en cuestión, y fueron puestos a consideración de los alumnos que participaron de la experiencia didáctica para que los evaluaran desde su experiencia con la herramienta informática utilizada en clases.

La escala de medición empleada en la tabla 1 asigna los valores 1, para indicar que el buscador cumple cabalmente con el criterio de calidad evaluado, y 0, para indicar que no lo cumple en absoluto, mientras que el valor 0,5 se considera para indicar que el parámetro evaluado se cumple parcialmente o con alguna salvedad, lo cual se especifica en la columna de los comentarios.

**Tabla 1.** Resumen de los indicadores de calidad evaluados por los alumnos.

<i>Atributo(s) de calidad</i>	<i>Aspecto evaluado</i>	<i>Wolfram Alpha</i>	<i>Symbolab</i>	<i>Comentarios</i>
Funcionalidad y completitud	Ofrece todos los criterios de análisis estudiados en clase.	0	1	Symbolab hace uso muy frecuente de un criterio en particular.
	Muestra todos los pasos efectuados para llegar a la solución.	0	0,5	Symbolab ya no ofrece esta utilidad en su versión gratuita.
	Para una serie numérica dada, usa distintos criterios de análisis y muestra sus respectivos resultados.	1	0	
	Calcula sumas en ciertas series convergentes.	1	0	
	Realiza análisis de convergencia absoluta y condicional.	0	1	
	Resuelve el carácter de cualquier serie numérica.	0,5	0,5	No en todos los casos se llega a una solución.
Usabilidad	La interfaz de usuario es amigable.	0	1	
	Se puede operar fácilmente sin manual de ayuda.	0,5	1	No es muy intuitivo el manejo de Wolfram Alpha.
	Ofrece variedad de idiomas.	0	1	
	El formato de las entradas coincide con los símbolos usados en clase.	0	1	
	Las salidas son fácilmente entendibles.	0,5	1	Wolfram Alpha muestra gráficos y operaciones adicionales no muy simples de interpretar.
Accesibilidad	Disponible desde dispositivos móviles.	0,5	0,5	Ambos tienen menos funcionalidades en sus versiones gratuitas.
Portabilidad	Funciona en distintos navegadores.	1	1	
Compatibilidad	Permite exportar resultados a otros formatos.	0	1	
Performance	Desempeño eficiente en cuanto a tiempo de respuesta.	1	1	
Confiabilidad y robustez	Los resultados obtenidos son exactos.	1	1	
	Maneja entradas inválidas.	1	1	Ambos arrojan mensajes de error.
<i>Ponderación final</i>		8	13,5	

Para finalizar el análisis de los resultados obtenidos respecto de las herramientas de software bajo estudio, es importante señalar que, si bien ambos buscadores presentan pros y contras, los estudiantes que participaron de la experiencia didáctica mostraron una cierta preferencia por Symbolab en virtud de las características de su interfaz de usuario, que resulta muy intuitiva para efectuar las entradas, dado que el formato de las mismas coincide con la simbología empleada en clase, y permite interpretar fácilmente las salidas, ya que éstas se encuentran en idioma castellano. Esta predilección de los alumnos por Symbolab se evidencia también en la tabla 1, puesto que la puntuación total de la componente *usabilidad*, según la escala de valoración utilizada, es la que tiene mayor incidencia en la diferencia observable en la ponderación final de ambas herramientas informáticas con respecto a los atributos de calidad evaluados.

## 6.2. Respecto del desempeño de los alumnos

Para obtener algún indicador del rendimiento de los estudiantes en relación al tema Series Numéricas, se analizaron los parciales de promoción directa de aquéllos que participaron de la experiencia didáctica con las herramientas de software. Cabe aclarar que estos exámenes también abarcaron otros temas de la asignatura Análisis Matemático I, tales como: cálculo de áreas en coordenadas polares, sucesiones numéricas, series de potencias y polinomios de Taylor y de Maclaurin. Además, los alumnos habilitados para rendir estos exámenes pudieron hacerlo hasta en dos oportunidades como máximo (una evaluación parcial y un recuperatorio), a fines de obtener la promoción directa de la asignatura.

En las tablas 2 y 3 se muestran los resultados obtenidos, en los exámenes de promoción directa analizados, respecto de las consignas referidas al tema Series Numéricas.

**Tabla 2.** Instancias de evaluación del mes de diciembre de 2018.

<i>Carrera</i>	<i>Nº de alumnos que rindieron examen de promoción directa</i>	<i>Observaciones en relación a las consignas sobre Series Numéricas</i>
Ing. Civil	12	5 alumnos desarrollaron en forma correcta el 78% de las consignas 7 alumnos desarrollaron en forma correcta entre el 60% y el 74% de las consignas
Ing. Industrial	6	1 alumno desarrolló en forma correcta el 68% de las consignas 4 alumnos desarrollaron en forma correcta entre el 36% y el 46% de las consignas 1 alumno desarrolló en forma correcta sólo el 8% de las consignas
Ing. Eléctrica	4	3 alumnos desarrollaron en forma correcta entre el 58% y el 72% de las consignas 1 alumno desarrolló en forma correcta el 24% de las consignas

Como se puede apreciar en la tabla 2, del total de estudiantes de las tres carreras que rindieron el parcial de promoción directa en las instancias de evaluación del mes de diciembre de 2018, aproximadamente el 73% logró desarrollar correctamente un porcentaje mayor al 58% de las consignas referidas al tema Series Numéricas, mientras que el 27% restante consiguió desarrollar en forma correcta un porcentaje inferior al 46% de dichas consignas.

**Tabla 3.** Instancias de evaluación del mes de febrero de 2019.

<i>Carrera</i>	<i>Nº de alumnos que rindieron examen de promoción directa</i>	<i>Observaciones en relación a las consignas sobre Series Numéricas</i>
Ing. Civil	4	2 alumnos desarrollaron en forma correcta más del 88% de las consignas 2 alumnos desarrollaron en forma correcta entre el 41% y el 50% de las consignas
Ing. Industrial	4	1 alumno desarrolló en forma correcta el 94% de las consignas 1 alumno desarrolló en forma correcta el 73,5% de las consignas 1 alumno desarrolló en forma correcta el 62% de las consignas 1 alumno desarrolló en forma correcta el 50% de las consignas
Ing. Eléctrica	4	1 alumno desarrolló en forma correcta el 85% de las consignas 1 alumno desarrolló en forma correcta el 62% de las consignas 2 alumnos desarrollaron en forma correcta entre el 26% y el 32% de las consignas

En la tabla 3 se puede observar que, del total de estudiantes de las tres carreras que rindieron el parcial de promoción directa en las instancias de evaluación del mes de febrero de 2019, el 58% pudo desarrollar correctamente un porcentaje superior al 62% de las consignas referidas al tema Series Numéricas, en tanto que el restante 42% alcanzó a desarrollar en forma correcta un porcentaje menor al 50% de dichas consignas.

En cualquier caso, es importante señalar que la aprobación o no del examen no dependía directamente de los porcentajes obtenidos en las consignas relativas a Series Numéricas, dados los restantes temas de la asignatura que también fueron evaluados en estas instancias.

Por otra parte, teniendo en cuenta que todos los exámenes de Análisis Matemático I, tanto parciales como finales, responden aún a la estructura de la enseñanza tradicional, resulta muy difícil (cuando no imposible) poder detectar los grados de asimilación del contenido de enseñanza alcanzados por los alumnos a partir del uso de las herramientas de software. No obstante ello, podría afirmarse que, en general, el saber matemático está siendo manejado por los estudiantes universitarios sólo en los niveles de reproducción y de aplicación; claramente no está siendo dominado en el nivel de creación, dado que, para lograr esto, se requiere diseñar otro tipo de actividades que posibiliten a los alumnos transferir los conocimientos, competencias y habilidades adquiridos en el ámbito académico a situaciones de la vida real.

En tal sentido, cabe destacar que los estudiantes, en general, manifiestan curiosidad y buena predisposición frente a propuestas pedagógicas que involucran el uso de las TIC en el aula universitaria. En la experiencia didáctica llevada a cabo con los buscadores Wolfram Alpha y

Symbolab, se pudo observar que los alumnos fueron adecuando sus estrategias de aprendizaje en función de los recursos y requerimientos planteados por la docente, partiendo de una gestión del proceso más guiada por la profesora hasta permitir una mayor autonomía por parte de los estudiantes. Por lo tanto, al pensar en la inclusión de TIC en la enseñanza de la Matemática, resulta central reflexionar sobre la forma y finalidad con que se incorpora cada uno de estos recursos.

## 7. Conclusiones y trabajos futuros

Un aspecto importante que debe tenerse en cuenta, cuando se trata de la inclusión de recursos informáticos en la enseñanza de la Matemática, es que las herramientas de cálculo reflejan, en gran medida, el estado de las ciencias y las técnicas de una época determinada. Hoy, por ejemplo, ya no se utilizan más las tablas de logaritmos, puesto que se consideran herramientas obsoletas en el ámbito científico, y es amplio el consenso en emplear la calculadora para efectuar este tipo de cálculos. “Sin embargo, el abandono por parte de los educadores de una tecnología, y la incorporación de otra más moderna y/o eficaz, no es inmediata: requiere un proceso de construcción de consenso acerca de la obsolescencia de la tecnología saliente, y un reconocimiento de las virtudes de la tecnología emergente por parte de toda la comunidad educativa, además del diseño de estrategias eficientes para su inclusión.” (Del Río y otros, 2014) Ello explica por qué, aun cuando las calculadoras actuales ya permiten obtener la derivada, y también la integral, de una inmensa variedad de funciones, todavía se enseñan, en los espacios académicos, las reglas de derivación y los métodos de integración.

Ni hablar, entonces, de las herramientas de software que posibilitan analizar el carácter (convergente o divergente) de una serie numérica dada. Estos recursos informáticos, según el análisis de los resultados obtenidos en el presente trabajo, resultan aún incompletos, si bien pudo comprobarse, al momento de la redacción de este texto, que tales herramientas continúan en estado de desarrollo, aunque con limitaciones en sus versiones gratuitas (Symbolab, por ejemplo, ya no muestra el procedimiento completo que sigue para llegar al resultado, sino que aquél está disponible ahora sólo de modo pago). No obstante, como los mismos estudiantes que participaron de la experiencia didáctica manifestaron en las encuestas de opinión, el uso de los buscadores Wolfram Alpha y Symbolab contribuye a mejorar el aprendizaje del tema Series Numéricas, no sólo facilitando la comprensión del mismo, sino también favoreciendo el desarrollo de las competencias matemáticas de los alumnos al poner en marcha estrategias cognitivas que les permitan decidir cuál es el criterio de convergencia más adecuado a aplicar para el análisis de una serie numérica dada, lo que promueve también las habilidades del pensamiento de orden superior en los estudiantes.

En tal sentido, y teniendo en cuenta que las herramientas de software analizadas se hallan en constante evolución, una propuesta viable para integrar TIC en la enseñanza de las series numéricas y su convergencia consiste en propiciar un espacio, dentro de las clases destinadas al abordaje del tema, para que los alumnos del nivel educativo superior tengan la posibilidad de hacer uso tanto de Wolfram Alpha como de Symbolab, de manera que se aprovechen al máximo las bondades de ambos buscadores, especialmente en términos de las funcionalidades ofrecidas, a la vez que se puedan compensar mutuamente las limitaciones que cada uno de ellos presenta, tal como se hizo con los estudiantes del primer año de Ingeniería Civil de la UTN-FRSF (según consta en el presente informe), quienes tuvieron la posibilidad de comparar los resultados obtenidos con una y otra herramienta.

Ese espacio, dentro de las actividades del aula universitaria, debe contemplar la disposición del tiempo necesario para que los alumnos puedan explorar, individual y colectivamente, las características particulares de la interfaz de usuario de Wolfram Alpha, que hacen que este buscador sea menos “amigable” que Symbolab (siempre cuidando que la herramienta de software no se convierta en objeto de estudio), así como también permitirles conocer a los estudiantes el método de cada criterio de convergencia considerado para el análisis de las series numéricas, en caso que así lo requiera el programa de la asignatura, dado que ambos buscadores sólo ofrecen la explicación paso a paso del procedimiento llevado a cabo para llegar al resultado en sus versiones de pago.

Estas dos actividades (manejo de la interfaz de usuario de Wolfram Alpha y estudio de los criterios de análisis para las series numéricas) deberán estar guiadas u orientadas por el docente a cargo, en su rol de facilitador de la construcción y aplicación de conocimientos, hasta tanto los alumnos

logren obtener su propia autonomía en el proceso de aprendizaje. Con esta práctica metodológica, que involucra el uso de recursos de software en la enseñanza del tema Series Numéricas, se estará estimulando en los estudiantes universitarios el desarrollo de habilidades intelectuales y capacidades matemáticas que promueven una comprensión significativa de los contenidos de la enseñanza, favoreciendo así la calidad del aprendizaje.

Será de interés pedagógico, entonces, poder detectar, a futuro, las nuevas actualizaciones de las herramientas informáticas estudiadas en este trabajo, y evaluar su impacto en el ámbito académico ya no desde un punto de vista meramente cualitativo, sino mediante un análisis más riguroso y de tipo estadístico.

Igualmente, sería deseable poder contar, además, con alguna aplicación TIC que posibilite tratar el tema Series Numéricas con un mayor grado de profundidad, propio del tercer nivel de asimilación del contenido de enseñanza. De hecho, durante la etapa investigativa se observó que no existe ningún recurso TIC vinculado a Series Numéricas que sea un juego interactivo en donde los estudiantes puedan contextualizar el contenido asimilado. A este respecto, se podrían plantear y resolver algunos problemas de aplicación muy interesantes relacionados con series, particularmente geométricas y telescópicas, que provoquen en los alumnos su independencia cognitiva y permitan lograr un auténtico aprendizaje, por lo que otra propuesta de trabajo, a largo plazo, consiste en el diseño y desarrollo de aplicaciones móviles de este tipo, para que los estudiantes puedan integrar y transferir los conocimientos, competencias y habilidades adquiridos en el aula universitaria.

Como docentes, no debemos olvidar que existe una creciente demanda social de formar individuos que sean capaces de adquirir y generar conocimiento en forma autónoma y continua, regulando su propio aprendizaje, de manera que puedan adaptarse con flexibilidad a una realidad dinámica y en constante cambio (Hernández, 2017). Debido a las características de relatividad y contingencia inherentes al conocimiento humano (Pérez Gómez, 2010), muchos contenidos enseñados hoy serán obsoletos en unos años, conforme evolucione la sociedad en que vivimos, en tanto que las habilidades del pensamiento, una vez adquiridas, permanecerán con las personas durante toda su vida (Churches, 2009).

## Referencias

- Anónimo. (2018, 10 de marzo) *Symbolab, la calculadora que explica tus cuentas*. Galicia, España: fonte.es. Recuperado de: [http://fonte.es/A-CIENCIA/2018-03-10~Symbolab\\_\\_la\\_calculadora\\_que\\_explica\\_tus\\_cuentas.html](http://fonte.es/A-CIENCIA/2018-03-10~Symbolab__la_calculadora_que_explica_tus_cuentas.html)
- Badia, A. (2006) *Ayuda al aprendizaje con tecnología en la educación superior*. RUSC. Universities and Knowledge Society Journal, 3(2), 5-19.
- Balardini, S. (2002) *Jóvenes, tecnología, participación y consumo*. Buenos Aires, Argentina: CLACSO. Recuperado de <http://bibliotecavirtual.clacso.org.ar/clacso/gt/20101023013657/balardini.pdf>
- Barán, V., Frausin, A. y Gutiérrez, M. (Noviembre de 2019) *Herramientas de software para la enseñanza de series numéricas en el nivel universitario*. Trabajo presentado en el XX Congreso Chileno de TICS para la Educación (TICXED 2019), en el marco de la 38ª Conferencia Internacional de la Sociedad Chilena de Ciencia de la Computación (SCCC). Concepción, Chile. DOI: 10.1109/SCCC49216.2019.8966439
- Churches, A. (1 de octubre de 2009) *Taxonomía de Bloom para la era digital*. Cali, Colombia: EDUTEKA, Universidad Icesi. Recuperado de: <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/TaxonomiaBloomDigital>
- Codes Valcarce, M. (2009) *Análisis de la comprensión de los conceptos de serie numérica y su convergencia en estudiantes de primer curso de universidad utilizando un entorno computacional*. Tesis de doctorado. Universidad de Salamanca, España.
- Coll, C. y Monereo, C. (Eds.) (2008) *Psicología de la educación virtual: Aprender y enseñar con las Tecnologías de la Información y la Comunicación*. (2ª ed.) Madrid, España: Ediciones Morata S.L.
- Cuicas Ávila, M., Debel Chourio, E., Casadei Carniel, L. y Álvarez Vargas, Z. (2007) *El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas*. Revista Electrónica “Actualidades Investigativas en Educación”, 7(2), 0.
- Del Río, L., González, A. y Búcarí, N. (Noviembre de 2014) *La integración de las TIC en las clases de matemática en el nivel universitario: ¿Cómo afrontar este desafío?* Trabajo presentado en el Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Buenos Aires, Argentina.
- Fita, I.C., Monserrat, J.F. y Moltó, G. (Julio de 2016) *Aula Inversa: una Oportunidad para el Desarrollo de Competencias Transversales*. Trabajo presentado en el Congreso Nacional de Innovación Educativa y de Docencia en Red (In-Red) de la Universidad Politécnica de Valencia. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.4995/INRED2016.2016.4364>
- Frausin, A. y Alberto, M. (Mayo de 2011) *El contenido y la resolución de problemas mediados por recursos tecnológicos*. Trabajo presentado en el XVI EMCI Nacional y VIII EMCI Internacional

(congresos de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería). Olavarría, Buenos Aires, Argentina.

Gibelli, T. (Noviembre de 2014) *La investigación basada en diseño para el estudio de una innovación en educación superior que promueve la autorregulación del aprendizaje utilizando TIC*. Trabajo presentado en el Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Buenos Aires, Argentina.

González Valdés, A. (2001) *Creatividad y problematización: el carácter social y la dimensión afectiva en la competencia problematizadora*. La Habana, Cuba: Centro de Investigaciones Psicológicas y Sociológicas. Recuperado de: <http://bibliotecavirtual.clacso.org.ar/Cuba/cips/20120822025017/america1.pdf>

Hernández, R.M. (2017) *Impacto de las TIC en la educación: Retos y Perspectivas*. Propósitos y Representaciones, 5(1), 325-347. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2017.v5n1.149>

Leyva Leyva, L.M., Proenza Garrido, Y., Leyva Leyva, J.L., Cristo Varona, R. y Romero Rodríguez, R. (2008) *Reflexiones sobre la evaluación de la calidad del aprendizaje en la práctica pedagógica en la escuela primaria*. Revista Iberoamericana de Educación, 44(7), 1-11. Recuperado de <https://doi.org/10.35362/rie4472174>

Marcolini Bernardi, M., Sánchez Gómez, C. y Rosso, A. (Agosto de 2008) *Construcción del concepto de serie numérica con soporte informático, a través de modelos matemáticos*. Trabajo presentado en la II Reunión Pampeana de Educación Matemática (II REPEM). Santa Rosa, La Pampa, Argentina.

Mosquera Ríos, M.A. y Vivas Idrobo, S.J. (2017) *Análisis comparativo de software matemático para la formación de competencias de aprendizaje en cálculo diferencial*. Plumilla Educativa, 19(1), 98-113. Recuperado de <https://doi.org/10.30554/plumidaedu.19.2476.2017>

Navaridas Nalda, F. (2002) *La evaluación del aprendizaje y su influencia en el comportamiento estratégico del estudiante universitario*. Contextos Educativos, (5), 141-156. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.18172/con.509>

Observatorio de Innovación Educativa del Tecnológico de Monterrey. (2016) *Aprendizaje Basado en Retos*. Edu Trends. México: Editorial Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey.

Pascual, J.A. (2015, 26 de diciembre) *Así funciona Wolfram Alpha, el buscador que te responde*. Computer Hoy. Recuperado de: <https://computerhoy.com/noticias/internet/asi-funciona-wolfram-alpha-buscador-que-te-responde-37137>

Pérez Gómez, Á. (2010) *Aprender a educar. Nuevos desafíos para la formación de docentes*. Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 24(2), 37-60.

Rodríguez Izquierdo, R.M. (Noviembre de 2011) *Las tecnologías emergentes y sus retos educativos*. Trabajo presentado en las XIX Jornadas Universitarias de Tecnología Educativa. Sevilla, España.

Rojas Plasencia, D. y Camejo Puentes, M. (2010) *Niveles de asimilación y niveles de desempeño cognitivo: reflexionemos*. Mendive, 8(1).

Romero, L., Gutiérrez, M. y Caliusco, M.L. (Junio de 2017) *Tecnologías semánticas para la utilización de portfolios como guía de la enseñanza en entornos de educación superior*. Trabajo presentado en la 12th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI). Lisboa, Portugal. DOI: 10.23919/CISTI.2017.7975780

Stewart, J. (2008) *Cálculo de una variable: Trascendentes tempranas*. (6ª ed.) México DF: Cengage Learning Editores S.A.

Stone Wiske, M., Rennebohm Franz, K. y Breit, L. (2006) *Enseñar para la Comprensión con nuevas tecnologías*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.

Suau, S., Barán, V., Ferrando, R. y D'Ippolito, S. (2016) *Guía de Trabajos Prácticos Tema 8. Parte II: Series Numéricas*. Apuntes de la cátedra Análisis Matemático I de la UTN-FRSF.

Walpole, R., Myers, R., Myers, S. y Ye, K. (2012) *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. (9ª ed.) México: Pearson Educación.

**ANEXO**

**Guía de Trabajos Prácticos Tema 8**  
**Parte II: Series Numéricas**

Ejercicios para trabajar con software

1) Calcular la suma de las siguientes series telescópicas:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$$

$$b) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - n}$$

2) Desarrollar las siguientes series geométricas y calcular su suma:

$$a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$c) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$d) \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

3) Determinar el carácter de las siguientes series p:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^5}}$$

$$b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+4}$$

$$c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^3}$$

$$d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$$

4) De acuerdo con la condición necesaria, indicar cuáles de las siguientes series no pueden ser convergentes:

$$a) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n$$

$$b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2n}}$$

$$c) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+10}{9n-2}$$

$$d) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+n}{3+n^2}$$

$$e) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2^n}$$

5) Determinar el carácter de las siguientes series mediante el uso de los criterios de comparación:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{3n+1} \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$$

$$e) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-2}{n^2(n+1)}$$

$$b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2+\sqrt{n}}$$

$$d) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n + 1}$$

$$f) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n}$$

6) Determinar el carácter de las siguientes series mediante el criterio de la integral (verificar si se cumplen las condiciones para su aplicación):

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot e^{-n}$

b)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n}$

7) Determinar el carácter de las siguientes series utilizando el criterio de D'Alembert:

a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{2^{n-1} n!}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!}$

c)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n^3 + 1}$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{n^n}$

8) Determinar el carácter de las siguientes series utilizando el criterio de la raíz:

a)  $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\ln n}{n}\right)^n$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^{n/2}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (2^{\sqrt{n}} + 1)^n$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^{2n}}$

9) Determinar el carácter (y en caso de ser posible, si la convergencia es absoluta o condicional) de cada serie:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\arctan n}$

d)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$

g)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{3^{n+1} n^2}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{2}}$

e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^2}$

h)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2}$

f)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+2}{n+1}} (-1)^n$

i)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} 2^{n-3}$