



## MODELACIÓN NUMÉRICA DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE TUBOS DE HORMIGÓN REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO

**Ferrado, Facundo Luis**

ferradof@frcu.utn.edu.ar

Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Concepción del Uruguay

Ing. Pereyra 676, 3260, Concepción del Uruguay, Entre Ríos, Argentina

**Escalante, Mario Raúl**

**Rougier, Viviana Carolina**

mescalante@frcu.utn.edu.ar

rougierv@frcu.utn.edu.ar

Universidad Tecnológica Nacional - {Facultad Regional Concordia, Concepción del Uruguay}

Salta 277, 3200, Concordia, Entre Ríos, Argentina

Ing. Pereyra 676, 3260, Concepción del Uruguay, Entre Ríos, Argentina

**Abstract.** *El uso de hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA) como material de refuerzo en tubos de hormigón, utilizados para transporte de agua y construcción de alcantarillas en sustitución completa o parcial de la tradicional armadura de barras o malla, puede repercutir favorablemente en la optimización del producto dentro de la industria del prefabricado desde el punto de vista técnico y económico. El principal efecto de la incorporación de fibras es el control de los procesos de fisuración, dando lugar a notables incrementos en la tenacidad del material compuesto, como así también a beneficios adicionales en lo que se refiere a su resistencia. En este trabajo, como primera etapa de una investigación en curso, se evalúa el comportamiento mecánico de tubos de HRFA, mediante un modelo numérico simple, en donde el HRFA se modela como un material compuesto homogéneo (macro escala). Para la simulación numérica se trabaja dentro de la mecánica del continuo y se utiliza un modelo de daño plástico. Las ecuaciones son resueltas mediante el Método de Elementos Finitos y se comparan los resultados con datos experimentales obtenidos por otros autores.*

**Keywords:** *Simulación numérica, Hormigón reforzado con fibras de acero, Tubos de hormigón, Modelo no lineal*

## 1. INTRODUCCIÓN

La utilización de fibras como refuerzo en hormigones data desde la antigüedad, cuando pelos de caballo y paja se utilizaban para la elaboración de morteros y ladrillos de barro respectivamente. Ya en las últimas décadas surgen distintos tipos de fibras industrializadas como fibras de carbón, aramida, de vidrio, poliméricas entre otras. De ellas, las fibras de acero son el tipo de fibra más popular en la utilización como refuerzo de hormigones. En un principio fueron usadas con fines no estructurales como por ejemplo para la prevención y control de la contracción por fragüe. Investigaciones posteriores revelaron que la adición de fibras al hormigón incrementa significativamente su rigidez a la flexión y capacidad de absorción de energía, reduciendo además la fisuración y mejorando la durabilidad. (Altun et al, 2006)

El hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA) es así un material de aparición relativamente reciente en el mercado, el cual surge con el objetivo de brindar una alternativa técnica y económicamente viable al hormigón simple. Al igual que los hormigones convencionales están formados por un conglomerante hidráulico, en la mayoría de los casos cemento portland, áridos de distinta granulometría, agua y fibras discretas de acero. Estas fibras discretas distribuidas aleatoriamente en la masa de hormigón suplen la función resistente que ocupan las tradicionales barras de acero.

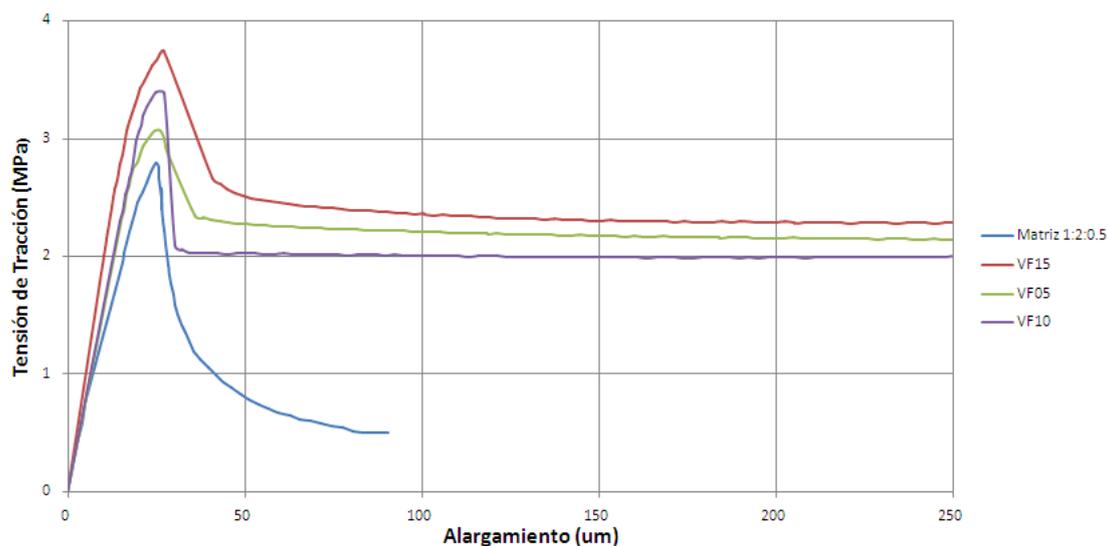
A pesar de haber transcurrido solo unos 20 años desde su debut, el HRFA posee numerosas aplicaciones entre las cuales se encuentran los productos prefabricados como ser los tubos de hormigón. Sin embargo, y a pesar de que numerosas campañas experimentales han sido llevadas a cabo y publicadas en la literatura científica, el uso generalizado del HRFA no ha sido puesto en práctica aún. Tal vez, debido a la falta de normativa específica sumada a la misma inercia al cambio respecto a los usos tradicionales. (De la Fuente et. al., 2010). Por otra parte, la inexistencia de modelos numéricos adecuados que reflejen el mecanismo de rotura del HRFA cuantificando el aporte de las fibras, implica otro limitante para la consolidación de los tubos de HRFA como una alternativa competente dentro del mercado actual.

Se propone utilizar un modelo no lineal de daño plástico capaz de recrear el proceso de falla teniendo en cuenta procesos inelásticos irreversibles asociados a la inestabilidad del material.

## 2. PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HRFA

El efecto más importante en el comportamiento mecánico del hormigón, debido a la presencia de las fibras, se manifiesta en la resistencia a la tracción post-fisura la cual, a su vez afecta a muchas otras propiedades mecánicas como la adherencia de armaduras, la resistencia al corte, la fatiga, etc. (Massicote, 2001) En relación al comportamiento a tracción del HRFA cabe remarcar que las fibras rigidizan sensiblemente la respuesta en fase pre-fisura respecto a un hormigón tradicional y, de forma destacada, aportan una capacidad de resistencia residual post-fisura debida al efecto de cosido que logran las fibras entre los labios de las fisuras (Mármol Salazar, 2010). Ver Figura 1.

De hecho, si se adiciona un 1.5 % en volumen de fibras a hormigones o morteros se obtienen incrementos de entre un 30-40 % en la resistencia a la tracción (ACI 544.1R-96, 2009). En lo que respecta a la resistencia a flexión, el adicionar fibras de acero significa un aumento considerable e incluso mayor al experimentado en tracción debido al comportamiento dúctil



**Figura 1: Curvas tracción-alargamiento de hormigones en función del volumen de fibras (ACI 544.1R-96, 2009)**

del HRFA en la zona fisurada por tracción como consecuencia del desarrollo de resistencias residuales. (Hannant, 1978)

Por el contrario, en general la adición de fibras al hormigón no acarrea un aumento de importancia en la resistencia a compresión del hormigón. (Yazici et al, 2007)

### 3. USO DE HRFA EN TUBOS DE HORMIGÓN

Los tubos de hormigón son el sistema más eficaz, económico y ecológico para las redes de sistemas sanitarios. Entre sus principales bondades como elemento estructural se puede enumerar su buena respuesta ante cargas dinámicas y de impacto, adecuada flexibilidad ante eventuales movimientos de terreno mediante el uso de juntas de dilatación y un mantenimiento mínimo una vez puestos en servicio.

La utilización de tubos de hormigón de entre 400 mm y 1200 mm de diámetro es la opción más difundida en obras de drenajes urbanos debido a su durabilidad y eficiencia estructural. De hecho, algunos acueductos de hormigón construidos por los Romanos hace unos 2000 años están todavía en uso, prueba de que la infraestructura de drenaje basada en hormigón reúne una durabilidad adecuada junto con una buena eficiencia estructural. (Peyvandi et al, 2013)

La utilización de HRFA para la fabricación de tubos de hormigón implica una serie de mejoras relacionadas al desempeño de este nuevo material, además de la ventaja de reducción de costo y tiempo que se logra al suprimir o disminuir la utilización de mallas de acero las que requieren un doblado especial y uso de maquinaria específica para su colocación. (Mohamed et al, 2014)

### 4. MODELADO DE MATERIALES COMPUESTOS Y ESCALAS DE MODELADO

El hormigón junto con otros materiales cementicios, son materiales multifase, denominados comúnmente en la literatura como “compuestos”. Cada uno de los componentes que forman a

los “compuestos” tiene su ley constitutiva lo cual condiciona el comportamiento del conjunto en función de su proporción volumétrica y la distribución morfológica que tenga dentro del compuesto. (Molina et al, 2009)

En un nivel macro de observación, estos pueden ser considerados como un material continuo homogéneo, mientras que a niveles más bajos de observación, estos deben ser considerados como materiales multifase.

En lo que refiere al HRFA, existen varios modelos constitutivos actualmente disponibles en la literatura que se clasifican según la escala de observación considerada:

- Modelos macroescala: A este nivel de observación, los materiales con base cementicia pueden ser idealizados considerándolos como un medio continuo y modelados dentro de un marco teórico de las formulaciones clásicas para el continuo que incluyen deformaciones localizadas, fisuras distribuidas entre otras.
- Modelos mesoescala: Un mejor entendimiento del mecanismo de falla del HRFA sometido a cargas externas se puede ser obtener considerando el comportamiento mesoescalar del material. La mesoescala del hormigón se puede idealizar considerando las diferentes fases que hacen al compuesto. De este modo, la interacción entre las distintas fases del compuesto (por ejemplo: fibras, matriz, agregado grueso y sus interfaces) es considerada explícitamente.

Los modelos a mesoescala tienen en cuenta el fenómeno representado por el vínculo fibra-matriz. Estas aproximaciones proveen una descripción mucho más poderosa del comportamiento del material, modelando con especial precisión los procesos de fractura. El aparente comportamiento macroscópico observado es una consecuencia directa de un fenómeno mesoscópico más complejo que tiene lugar a nivel de las heterogeneidades del material.

Las principales desventajas de estas aproximaciones están relacionadas por un lado con el alto costo computacional, y por el otro con la gran cantidad de variables involucradas en la formulación del modelo.

- Modelos microescala Los modelos a microescala están basados en un nivel de observación en donde la pasta cementicia es descrita en términos de sus constituyentes químicos, cuya reacción termodinámica durante el tiempo juega un rol clave.

Los modelos típicos apuntan a modelar la microestructura del compuesto en donde la pasta cementicia es representada como una “red” de partículas de cemento.

Esta última reacciona junto con una variedad de componentes que lleva a la obtención de productos hidratados. El modelado numérico de esta clase de compuestos endurecidos requiere una amplia escala de formulaciones matemáticas y métodos numéricos relacionados con conceptos de hidratación / deshidratación que se dan a nivel de microestructura. (van Breugel, 1991)

## **5. MODELOS CONSTITUTIVOS DE HRFA**

A diferencia de lo que ocurre a compresión, el comportamiento a tracción del HRFA dista mucho en relación al del hormigón convencional. Es por ello que uno de los retos más importan-

tes es desarrollar un modelo de ecuación constitutiva que permita caracterizar adecuadamente el comportamiento a tracción de dicho material.

El HRFA debe ser entendido entonces como un hormigón que incluye en su composición fibras cortas y discretas, distribuidas aleatoriamente en su masa, lo cual confiere al material una gran anisotropía además de un comportamiento no lineal. Una vez que el hormigón ha fisurado, la pérdida de adherencia y el arrancamiento (pull-out) de las fibras disipa una mayor energía, lo que conduce a un importante incremento de la tenacidad. (Barros and Figueiras, 1999)

A su vez se debe considerar por un lado al HRFA dentro del rango elástico de deformaciones y, de manera diferenciada, su comportamiento una vez superado el límite elástico. Las estructuras de HRFA se deben calcular mediante un análisis plástico que permita aprovechar la mayor capacidad de redistribución de esfuerzos proporcionada por la contribución de las fibras. No obstante, no se conoce aún un modelo constitutivo relativo al comportamiento a tracción del HRFA que se imponga por sobre los demás. (Álvarez, et al 2010)

## 5.1. Modelo homogéneo equivalente

Como se expuso con anterioridad y resaltando el hecho de que este trabajo forma parte de una investigación en curso, se hace una primera aproximación para la simulación del HRFA considerando al mismo como un material homogéneo, lo que entre otras cosas reduce su costo computacional y la cantidad de variables involucradas en la formulación del modelo.

El modelo de material homogéneo equivalente que se utiliza es un modelo de hormigón con idénticas propiedades elásticas y no lineales de compresión que aquel que compone el HRFA pero con una curva de endurecimiento/ablandamiento en tracción modificada debido a la contribución de las fibras. La curva que representa el comportamiento a tracción del HRFA se puede obtener de ensayos de tracción directa, indirectamente de ensayos de flexión o alternativamente en forma numérica. Para ello, se recurre a un "modelo de daño plástico", cuyos fundamentos básicos permiten simular el comportamiento multiaxial del hormigón considerando el fenómeno de degradación de rigidez producido a partir del comienzo del proceso de fisuración, con el objeto de reproducir con mejor aproximación el comportamiento inelástico del hormigón (Oller et. al, 1988)

## 5.2. Modelos de daño-plasticidad

Experimentalmente se ha observado que el mecanismo de colapso en materiales friccionales tales como hormigones, está precedido por un proceso disipativo no lineal caracterizado por la concentración de deformaciones en bandas de espesor muy pequeño en comparación con las dimensiones globales de la estructura. En ellas se concentran procesos irreversibles de degradación y disipación de energía (daño-plasticidad) mientras que el resto del sólido experimenta descarga elástica. La aparición de este mecanismo de localización de deformaciones implica directa o indirectamente el inicio del proceso de falla del material, de allí la importancia de disponer de modelos numéricos capaces de simular eficientemente el fenómeno. Las bandas con deformaciones altamente localizadas pueden manifestarse bajo diversas formas entre las cuales se hallan los procesos de fisuración en estructuras construidas a base de morteros cementicios (Sanchez, 2006)

Un modelo constitutivo de daño-plasticidad para la modelación del hormigón reforzado con fibras permite tomar las cualidades de dos mecanismos de falla: por el lado del mecanismo de

plasticidad permite almacenar deformaciones inelásticas (permanentes) asociadas a un proceso de carga o descarga del material, y por el lado del mecanismo de daño, permite que se genere un deterioro de las constantes elásticas con base en la ley de evolución de la variable de daño (Caicedo Silva, 2010).

### 5.3. Modelo utilizado

Para el hormigón se utiliza un modelo plástico modificado con daño (Luccioni, Rougier, 2005). El comportamiento plástico se obtiene como una generalización de la teoría clásica de la plasticidad. Como propiedades se utilizan las propiedades elásticas del hormigón de base y modificando solamente la curva de endurecimiento en tracción utilizada para definir el umbral plástico. El límite de comportamiento elástico es definido a través de una función de fluencia:

$$F^p(\sigma_{ij}; \kappa^p) = f^p(\sigma_{ij} - K^p(\sigma_{ij}; \alpha^k)) \leq 0. \quad (1)$$

donde  $f^p(\sigma_{ij})$  es la tensión equivalente definida en el espacio de tensiones que puede tomar la forma de cualquiera de las funciones de fluencia de la plasticidad clásica (Tresca, Von Mises, Mohr Coulomb, Drucker Prager, etc.).

$K(\sigma_{ij}; \alpha_k)$  es el umbral de fluencia y  $\kappa^p$  es la variable de daño plástico o variable de endurecimiento isótropo.

Se define la siguiente regla de evolución para las deformaciones plásticas:

$$\epsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\delta G(\sigma_{mn}; \kappa^p)}{\delta \sigma_{ij}}. \quad (2)$$

Donde  $\lambda$  es el factor de consistencia plástica y  $G$  la función de potencial.

La variable de endurecimiento plástico  $\kappa^p$  se obtiene normalizando la energía disipada en el proceso plástico a la unidad y varía entre 0 para el material virgen y 1 cuando se ha disipado plásticamente la totalidad de la energía que el material es capaz de disipar de esta forma.

Se utiliza la siguiente regla de evolución para el umbral de fluencia equivalente:

$$K^p(\sigma_{ij}; \kappa^p) = r R^{op} \sigma_t(\kappa^p) + (1 - r) \sigma_c(\kappa^p). \quad (3)$$

Donde  $\sigma_t(\kappa^p)$  y  $\sigma_c(\kappa^p)$  representan la evolución de los umbrales de fluencia en ensayos de tracción y compresión uniaxial respectivamente, mientras que es la relación entre los umbrales de fluencia en compresión uniaxial y en tracción uniaxial.

Las condiciones de carga / descarga se derivan de las relaciones de Kuhn-Tucker formuladas para problemas con restricciones unilaterales:

$$d \geq 0, \quad F^p \leq 0, \quad dF^p = 0. \quad (4)$$

Considerando ahora el proceso de daño, y de manera análoga al límite de comportamiento plástico, se define un límite o umbral de daño el cual se describe a través de una función de la siguiente forma:

$$F^d = f^d(\sigma_{ij} - K^d(\sigma_{ij}); \kappa^d) \leq 0. \quad (5)$$

En la que, de manera similar a lo visto en el proceso plástico:  $f^d(\sigma_{ij})$  es la tensión equivalente definida en el espacio de tensiones,  $K^d(\sigma_{ij}, \kappa^d)$  es el umbral de daño equivalente y  $\kappa^d$  es la variable de endurecimiento de daño. La tensión equivalente  $f^d(\sigma_{ij})$  puede ser evaluada utilizando funciones conocidas de la teoría de la plasticidad como las ya expuestas (Tresca, Von-Mises, Mohr-Coulomb o Drucker-Prager) o cualquier otra función especialmente desarrollada para daño. La variable de endurecimiento en daño varía entre 0, para el material virgen, a 1, para el material completamente dañado. Se obtiene normalizando la energía disipada por daño a la unidad. Se propone la siguiente ecuación para el umbral de daño equivalente:

$$K^d(\sigma_{ij}; \kappa^d) = r\sigma_t(\kappa^p) + (1 - r)\sigma_c(\kappa^d). \tag{6}$$

donde  $\sigma_t(\kappa^d)$  y  $\sigma_c(\kappa^d)$  representan la evolución de los umbrales de daño en ensayos de compresión y tracción uniaxial respectivamente.

Las condiciones de carga / descarga se derivan de las relaciones de Khun-Tucker y resultan análogas a las correspondientes al proceso plástico:

$$d \geq 0, \quad F^d \leq 0, \quad dF^d = 0. \tag{7}$$

La evolución de las deformaciones plásticas y del daño se obtiene de la solución simultánea de las siguientes ecuaciones denominadas condiciones de consistencia de problema:

$$\begin{cases} F^p = 0 \\ F^d = 0 \end{cases} \tag{8}$$

Estas ecuaciones de consistencia son dos ecuaciones lineales en  $\lambda$  y  $\delta$  que pueden ser fácilmente resueltas

## 6. SIMULACIÓN NUMÉRICA

El comportamiento mecánico y el desempeño estructural de los tubos fue analizado mediante la simulación del ensayo de tres aristas según la norma ASTM C497. La disposición de los elementos para la ejecución del ensayo, de acuerdo a la citada norma, es la mostrada en la Figura 2.

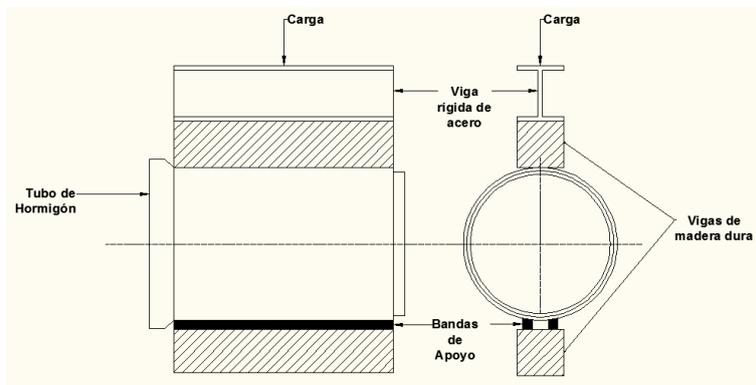


Figura 2: Disposición de Ensayo de Tres Aristas según ASTM C497

Las dimensiones adoptadas son las siguientes:  $D_i = 300$  mm , espesor de pared = 69 mm (tipo C según norma ASTM C76).

Se utilizó un macromodelo para el HRFA, donde se representó el material como un material homogéneo equivalente. Dicho modelo se implementó en un código de elementos finitos no lineal, desarrollado en la Universidad Politécnica de Cataluña y en el Instituto de Estructuras de la Universidad Nacional de Tucumán.

Se usaron elementos finitos triangulares de tres nodos y seis grados de libertad en estado plano de deformaciones. En la Figura 3 se muestra la malla adoptada.

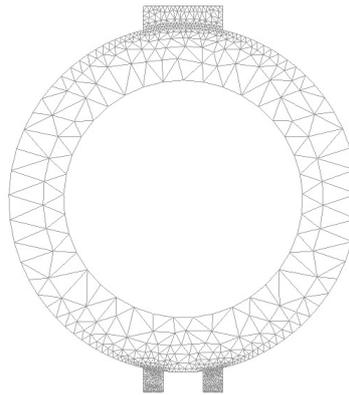


Figura 3: Malla de elementos finitos utilizada

Se modelan tanto el caño de hormigón con las dimensiones ya mencionadas como los apoyos superiores e inferiores que son materializados con bandas de caucho (elastómero) .

Los resultados obtenidos muestran una concordancia con el modo de fisuración de este tipo de caños, concentrándose las mayores tensiones de tracción en los sectores internos de la corona y de la base. Dichas tensiones son las que finalmente determinan la falla. Se menciona aquí que el modelo utilizado no es capaz de reproducir el comportamiento hasta alcanzarse la carga de rotura, dicho problema se puede solventar mediante un enfoque micro-mecánico que considere a las fibras separadamente y dispersas de manera aleatoria en el volumen de hormigón (Ruano Pascual, 2013).

En la Figura 4 se muestra un diagrama de distribución de tensiones normales coincidentes con los ejes coordenados.

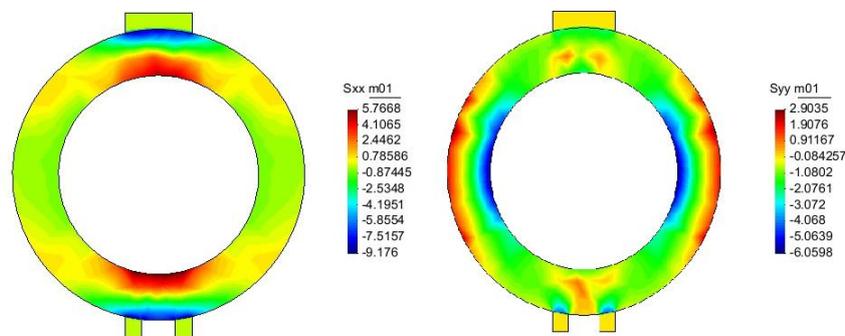


Figura 4: Diagrama de distribución de tensiones normales  $\sigma_{xx}$  y  $\sigma_{yy}$

A los efectos de verificar y contrastar los resultados obtenidos, estos son comparados con los hallados otros autores de manera experimental (Mohamed et. al , 2014). Los parámetros utilizados en la simulación se tomaron de los datos en el trabajo de Mohamed para el hormigón fibrado. Se modelo una mezcla de hormigón simple sin fibras (HS) y 3 mezclas con dosificaciones de 20, 40, y 60 kg/m<sup>3</sup> de fibras de acero (HRF20, HRF40 y HRF60).

En la Tabla 1 se muestran las propiedades de cada una de las mezclas cementicias. Las propiedades mecánicas del caucho son presentadas en la Tabla 2

Mezcla	HS	HRF20	HRF40	HRF60
Módulo de Elasticidad (Mpa)	35.79	34.85	37.77	34.37
Coefficiente de Poisson	0.5	0.5	0.5	0.5
Resistencia última a compresion (MPa)	45.8	52.88	58.02	61.64
Resistencia última a tracción (MPa)	5.59	6.76	7.32	7.92
Tensión umbral de fluencia (Mpa)	34.35	40	43.5	46.23
Relación de resistencias inicial	8.2	7.8	7.93	7.78
Variable de endurecimiento plástico, $\kappa_p$			0.2	
Energía de Fractura (N/mm)	0.1	2.58	5.4	8.55
Energía de Aplastamiento (N/mm)	6.72	156.9	339.6	517.5
Criterio de fluencia		Lubliner - Oller		
Criterio de potencial		Lubliner - Oller		

**Cuadro 1: Características mecánicas de las mezclas utilizadas**

Propiedades Caucho	
Modulo de Elasticidad (MPa)	2600
Coefficiente de Poisson x-x	0.15
Coefficiente de Poisson x-z	0.015
Coefficiente de Poisson z-y	0.15
Resistencia última a compresión (MPa)	11
Resistencia última a tracción (MPa)	11
Alargamiento máximo( %)	300
Relación de resistencias inicial	1
Criterio de fluencia	Tresca

**Cuadro 2: Propiedades mecánicas del caucho**

Los valores numéricos obtenidos como así también los experimentales de comparación para cargas de fisuración ( $P_f$ ) y para diferentes dosificaciones de fibras conjuntamente con una mezcla sin adición de fibras se resumen en la Tabla 3:

Dosis de fibras (kg/m <sup>3</sup> )	$P_f$ Experimental (N/mm)	$P_f$ Numérico (N/mm)
Sin fibras	136	132
20kg/m <sup>3</sup>	151	160
40kg/m <sup>3</sup>	160	171
60kg/m <sup>3</sup>	157	185

**Cuadro 3: Cargas de fisuras según ensayos experimentales y modelo numérico**

Como se puede observar los valores obtenidos numéricamente tienen correlación con los experimentales con una diferencia que no supera el 10 % sobrestimando el valor experimental. Como etapa posterior se sugiere incluir otras dosificaciones para corroborar o no la tendencia vista en los resultados numéricos.

## 7. CONCLUSIONES

El comportamiento mecánico de tubos de HRFA fue simulado mediante un modelo simple, como primera etapa de una investigación en curso, en donde el HRFA se modela como un material compuesto homogéneo (macro escala). Las ecuaciones gobernantes del problema, fueron resueltas mediante el Método de Elementos Finitos, y los resultados fueron comparados con aquellos obtenidos experimentalmente por otros autores.

Se observó que la incorporación de fibras de acero mejora el comportamiento mecánico de tubos de hormigón aumentando la carga que pueden absorber los mismos hasta llegar a la fisura. Si bien el modelo numérico utilizado tiene una buena correlación con los resultados experimentales hasta el momento de fisuración, el mismo parece sobrestimar los efectos del aporte de las fibras en la etapa pre-fisura ya que se obtuvieron siempre valores superiores a los que reflejaron los ensayos experimentales.

Como una etapa posterior dentro de la presente investigación en curso se propone utilizar un micromodelo que considere explícitamente las fibras como entidades discretas e independientes de la pasta cementicia, teniendo en cuenta así su interacción con la matriz considerando fenómenos de arrancamiento y otros que se dan en el vínculo matriz-fibra. Estos micromodelos toman como datos las propiedades mecánicas de la fibra y su proporción volumétrica en relación al total de la mezcla logrando reproducir el comportamiento del HRFA hasta alcanzada la rotura.

## REFERENCIAS

Altun, F., 2006 . Effects of steel fiber addition on mechanical properties of concrete and RC beams. *Construction and Building Materials*, vol. 21, pp. 654–661.

- Alvarez, A., Alvarez, P., De la Fuente, A. and Aguado de Cea, A., 2010 . Comparative analysis of constitutive models of fibre reinforced concrete. *Revista trimestral de Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural*, vol. 61.
- Barros, J. and Figueiras, J., 1999 . Flexural behavior of SFRC: testing and modeling. *Journal of Materials in Civil Engineering*, vol. 11, n. 4, pp. 331–339.
- Caicedo Silva, M., 2010 . *Modelación numérica con elementos finitos del concreto reforzado con fibras cortas mediante un modelo constitutivo de daño-plasticidad*. Master's thesis. Universidad Nacional de Colombia.
- De la Fuente, A., Aguado, A. and Molins, C., 2010 . Integral optimum design of concrete pipes. *Revista trimestral de Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural*, vol. 61.
- Hannant, D., 1978 . *Fibre cements and fibre concretes*. John Wiley & Sons Ltd.
- Luccioni, B. Rougier, V., 2005 . A plastic damage approach for confined concrete. *Computers & Structures*, vol. 83, pp. 2238–2256.
- Marmol Salazar, C., 2010 . *Hormigones con Fibras de Acero Características Mecánicas*. Master's thesis. Universidad Politécnica de Madrid.
- Massicote, B., 2001 . Fibre reinforced concrete: a structural perspective. in 'PRO 15: 5th RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes (FRC) - BEFIB' 2000'.
- Mohamed, N., Soliman, A. and Nehdi, M., 2014 . Full-scale pipes using dry-cast steel fibre-reinforced concrete. *Construction and Building Materials*, vol. 72, pp. 411–422.
- Molina, M., Oller, S., Barbat, A. and Martinez, X., 2009 . Estudio de estructuras de hormigón reforzadas mediante la teoría de mezclas serie/paralelo. *Revista Internacional de Ingeniería en Estructuras*, vol. 13-14, pp. 29–54.
- Oller, S., Oliver, J., Lubliner, J. and Oñante, E., 1988 . Un modelo constitutivo de daño plástico para materiales friccionales. parte II: Generalización para procesos con degradación de rigidez. ejemplos. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, vol. 4, pp. 433–461.
- Peyvandi, A., Soroushian, P. and Jahangirnejad, S., 2013 . Enhancement of the structural efficiency and performance of concrete pipes through fiber reinforcement. *Construction and Building Materials*, vol. 45, pp. 36–44.
- Ruano Pascual, G., 2013. *Refuerzo de elementos estructurales de hormigón con hormigón reforzado con fibras de acero*. PhD thesis. Universidad Nacional de Tucumán.
- Sanchez, P., 2006. *Desarrollos en mecánica computacional de falla material. Aplicación a modelos de plasticidad y daño*. PhD thesis. Universidad Nacional del Litoral.
- van Breugel, K., 1991. *Simulation of hydration and formation of structure in hardening cement-based materials*. PhD thesis. Delft University of Technology.
- Yazici, S., Inan, G. and Tabak, V., 2007 . Effect of aspect ratio and volume fraction of steel fiber on the mechanical properties of SFRC. *Construction and Building Materials*, vol. 21, pp. 1250–1253.