

Cómo funcionan las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos. Ciclo básico y carreras de ingeniería.

Came López, Amelia B. Poco, Adriana N. Ponce de León Julio, Nadal, Jorgelina C.
Sanchis Bisio, Celia

Universidad Tecnológica Nacional-Facultad Regional Concepción del Uruguay
Ing. Pereira 676, Concepción del Uruguay, Entre Ríos, Argentina.

cameb@frcu.utn.edu.ar pocoa@frcu.utn.edu.ar pocej@frcu.utn.edu.ar nadalj@frcu.utn.edu.ar sanchisc@frcu.utn.edu.ar

RESUMEN

El objetivo de este Artículo difundir los resultados del Proyecto de Investigación: “Estrategias heurísticas para la resolución de problemas matemáticos vinculados al perfil profesional en el primer nivel de las carreras de grado.” donde las interrogantes investigadas fueron las siguientes; ¿cómo aprende ese estudiante que recibimos?, que muchas veces, sabe más que sus docentes en aspectos, fundamentalmente relacionados con la tecnología, pero que, paradójicamente, tienen tantas dificultades para la abstracción, para la comprensión lectora, para la resolución de problemas.

¿Cómo enseñamos a ese estudiante? ¿Qué cosas tenemos que replantear, cuáles cambiar? ¿Con cuáles seguir? ¿Qué entendemos por “problema matemático”? ¿Los estudiantes aprenden mejor si enseñamos a través de problemas? ¿Qué metodología aplicamos?

Como punto de partida el proyecto se propuso observar y describir las estrategias heurísticas para la resolución de problemas usadas naturalmente por los alumnos del primer año de las carreras de grado para posteriormente extraer conclusiones y respuestas a algunas de las interrogantes planteadas.

Este trabajo busca conocer, cuáles son los conocimientos procedimentales con los que cuentan los estudiantes que ingresan a la universidad y cuáles son los que las cátedras con las que se enfrentarán al comienzo de la carrera deberán proveer a los estudiantes y de qué manera.

Palabras clave: Problemas Matemáticos, Estrategias Heurísticas para Resolución de Problemas, Enseñanza de la Matemática, Herramientas Heurísticas.

1. INTRODUCCIÓN

Una de las principales líneas de investigación en educación matemática está relacionada con la implementación de la resolución de problemas como estrategia didáctica. Esta estrategia requiere de una conceptualización apropiada del término “problema matemático” y lo que significa su uso en el aula; así como también repensar la noción de problema desde la visión de un docente y de un estudiante que se encuentra inmerso en el contexto universitario. La formulación de un problema, las alternativas de solución y las estrategias heurísticas utilizadas para abordarlo y concluir en una exitosa resolución que conlleve a la acertada toma de decisiones, son situaciones propias de la vida profesional para las que el egresado de una carrera de grado, particularmente de ingeniería, debe estar preparado y poseer competencias eficientes y eficaces.

Existen numerosas investigaciones que avalan la problemática en cuestión e intentan describirla,

proponiendo diferentes modelos de enseñanza que faciliten el aprendizaje matemático a través de problemas, generando secuencias didácticas con ese mismo objetivo y hasta diseñando procesos de evaluación con este enfoque.

En la investigación realizada en la Universidad Nacional de General Sarmiento en conjunto con nuestra Facultad Regional C. del Uruguay de la Universidad Tecnológica Nacional se citan algunas estrategias heurísticas útiles para la resolución de problemas:

- ➔ Recurrir a teoría relacionada (que no está explícita en el enunciado del problema)
- ➔ Recordar y recurrir a problemas o situaciones análogas abordadas anteriormente (suele verse redactado esta estrategia como “razonar por analogía”)
- ➔ Recurrir a dibujos, esquemas, diagramas o gráficos.
- ➔ Buscar datos adicionales que sean fáciles de obtener.

- Utilizar un método de expresión o representación adecuado: verbal, gráfico, algebraico, numérico.
- Modificar el problema para reducirlo a un problema ya resuelto
- Modificar el problema para reducirlo a un problema más sencillo
- Descomponer el problema en subproblemas
- Analizar casos particulares para buscar regularidades o patrones y luego generalizar (inducción)
- Considerar casos particulares
- Analizar casos especiales o casos límite
- Razonar por contradicción
- Empezar por el final :suponer que se tiene una solución y analizar sus características
- Trabajar hacia delante: partir desde las condiciones dadas en el problema
- Verificar usando casos particulares

2. Marco Teórico

2.1. Problema Matemático

El concepto de qué se entiende por un problema o por problema matemático, depende del contexto en el que el mismo se utilice y de la forma en la que se lo estructure. Para la conceptualización del término, teniendo en cuenta la orientación que tiene esta investigación, se destacan tres aspectos que caracterizan las diversas definiciones de problema matemático:

Aceptación: debe existir una motivación, ya sea interna o externa, que logre el compromiso del estudiante frente a la resolución del mismo. Si el estudiante no siente la utilidad de resolver un problema, y la necesidad de aprender a hacerlo, así como también los beneficios que dicho aprendizaje aportará a su desarrollo profesional no verá la recompensa de realizar el esfuerzo.

Conflicto cognitivo: tiene que existir un instante inicial en el cual el resolutor se sienta obstaculizado en la tarea, de manera tal que las estrategias simples que está acostumbrado a usar no sean suficientes para llegar a la solución, lo que debe motivarlo a la búsqueda de nuevas formas de abordaje.

Exploración: El compromiso asumido y la falta de herramientas conocidas para encarar la actividad, conduce a la exploración de nuevos contenidos, alternativas de procedimientos y búsqueda de métodos que faciliten el arribo a su resolución.

En esa exploración de conceptos, de instrumentos procedimentales y de estrategias de resolución está el aprendizaje y el desarrollo de las estructuras mentales para lograr la apropiación del conocimiento y el sólido manejo de algoritmos.

Tomando fragmentos de cada uno de los diversos autores que han profundizado en este tema, como son George Polya, Fredy Gonzales, John Dewey, Guy Brousseau, Alan Schoenfeld en el proyecto de investigación se define problema matemático de la siguiente manera:

Un problema, desde la visión matemática, es una situación en la cual un individuo se enfrenta a una situación que requiere solución, pero no cuenta con las herramientas inmediatas para hacerlo, por lo que necesita utilizar el pensamiento reflexivo y estratégico (Dewey J. 1910) para lograr su adaptación a los obstáculos y desequilibrios (Brousseau. G. 1997) que le genera, en pro de la consecución de habilidades imprescindibles para descifrar su esencia (Fridman, L.M. 1996) y efectuar el monitoreo permanente de su tarea (Schoenfeld, A. 1992) para resolverlo. Lo que se busca es establecer criterios que sirvan como marco de referencia para que, a través de la resolución de problemas que cumplan tales criterios, el estudiante pueda construir los conceptos matemáticos de manera significativa.

El tema es complejo pues puede referenciarse a la resolución de problemas como una cuestión vinculada con el entorno, o sea con su contexto social o como habilidades que permiten resolver ejercicios matemáticos de diferente nivel

de dificultad. Las diversas utilizaciones de estos términos llevan a Claude Gaulin a agruparlas de la siguiente manera:

1. Enseñar "PARA" la resolución de problemas
2. Enseñar "SOBRE" la resolución de problemas
3. Enseñar "A TRAVÉS" de la resolución de problemas

Son tres perspectivas diferentes, pero todas valiosas. En los dos primeros casos la resolución de problemas es un objetivo y, en el tercer caso, se la considera como un vehículo para enseñar o desarrollar otros contenidos. (Gaulin C., 2000)

Esta investigación, posicionándose en el primer nivel de las carreras de grado y, considerando el grado de madurez de los alumnos ingresantes, asume como convenientes las dos primeras categorías, dejando la tercera para ser incorporada en la enseñanza de materias de los ciclos superiores.

Se toma como propósito enseñar "para" resolver problemas y "sobre" la resolución de problemas; tareas para las cuales se requieren y cobran trascendencias las heurísticas del aprendizaje.

2.2. Heurísticas del Aprendizaje

La teoría cognitiva del aprendizaje, propuesta por Ausubel se fundamenta en la organización del conocimiento en estructuras y en las reestructuraciones que se producen debido a la interacción entre esas estructuras presentes en el educando y la nueva información.

Ausubel distingue diferentes clases de aprendizaje, él sostiene que el aprendizaje no puede incluirse en un solo modelo explicativo, pues cada situación pone al estudiante frente a un tipo distinto de aprendizaje. Surge así la necesidad de distinguir entre aprendizaje por repetición y significativo, de formación de conceptos, verbal y no verbal, de

resolución de problemas, etc.

El estudiante puede procesar la información que le llega por recepción de distintos modos y retenerla, transformarla o codificarla mediante un proceso estrictamente memorístico o repetitivo, como quien estudia las tablas de multiplicar, este es un aprendizaje por recepción y repetitivo. Puede en cambio incorporar el material que se le brinda para que pueda reproducirlo en el futuro. En este proceso de internalización el aprendizaje se transforma en un aprendizaje por recepción y significativo. (Sanjurjo, 1994) Existen situaciones en las cuales el aprendizaje por repetición y significativo coexisten, es decir que no son mutuamente excluyentes.

Por otro lado el aprendizaje puede ser logrado por descubrimiento, ya sea por descubrimiento guiado, tal es el caso de la aplicación de fórmulas para resolver problemas, o por descubrimiento autónomo, es decir soluciones conseguidas por prueba y error. El rasgo principal de este tipo de aprendizaje es que el material a ser aprendido no se da, debe ser descubierto por el estudiante antes de incorporarlo a su estructura cognitiva.

El aprendizaje por descubrimiento es muy diferente al receptivo, ya que el alumno debe buscar la información, re-ordenarla, relacionarla con su estructura cognitiva previa y alcanzar la transformación de dicha estructura para asimilar el nuevo conocimiento. También, en este caso, el aprendizaje puede ser por repetición, como la simple aplicación de fórmulas repetidas veces para hallar una solución, o significativo, cuando se parte de un problema desconocido, se realiza la búsqueda de información guiada por el docente o en forma independiente (investigación científica) y se llega a conclusiones que permiten resolverlo e implican la adquisición de un nuevo conocimiento.

El aprendizaje por descubrimiento implica el empleo de la inteligencia, no sólo de la memoria. En éste, además, el agente principal es el alumno, no el profesor. Aunque esto último no significa dominio del uno sobre el otro, ni pérdida de status, como muchos erróneamente creen. Sólo se trata de comprender, bajo el sentido común, que en un momento determinado quien tiene que aprender es el estudiante, y el profesor contribuye a ello.

En cuanto a las heurísticas como estrategias en la resolución de problemas, es primordial que los estudiantes perciban que no existe una única estrategia, ideal e infalible para resolver problemas. Es importante destacar que, si bien las heurísticas ofrecen una guía y ayudan a establecer un camino de resolución, su uso no asegura la resolución exitosa del problema (Carles Monereo 1998).

La heurística moderna trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, específicamente a las operaciones mentales útiles en este proceso, los pasos que a continuación se citan ilustran el concepto:

Si no consigues entender un problema, dibuja un esquema.

Si no encuentras la solución, haz como si ya la tuvieras y mira qué puedes deducir de ella (razonando a la inversa).

Si el problema es abstracto, prueba examinar un ejemplo concreto.

Intenta abordar primero un problema más general (es la “paradoja del inventor”: el propósito más ambicioso es el que tiene más posibilidades de éxito).

A las estrategias heurísticas se les llama también estrategias de búsqueda, pues constituyen el método principal para buscar los medios matemáticos concretos que se necesitan para resolver un problema y para buscar la idea fundamental de solución.

Las más usadas son:

El trabajo hacia adelante o método sintético

El trabajo hacia atrás o método analítico

2.3. Aprendizaje basado en problemas. (Problem based learning)

El aprendizaje basado en problemas (ABP o, del inglés, PBL, *problem-based learning*) es un [método docente](#) basado en el estudiante como protagonista de su propio aprendizaje. Es importante comprender que es una metodología y no una estrategia instruccional.

Carmen Vizcarro y Elvira Juárez de la Universidad Autónoma de Madrid, sostienen que debido a la evolución social tanto en aspectos tecnológicos como científicos y económicos hay una necesidad de una nueva forma de aprendizaje. Esto se debe a que hoy en día los conocimientos sobre casi cualquier disciplina cambian, y avanzan a pasos agigantados, tal es el ritmo de este cambio que cuando los estudiantes de hoy sean profesionales mañana “*se verán obligados a renovar sus conocimientos*” y a investigar las innovaciones de su campo, poder comprenderlas, y entenderlas para luego aplicarlas adecuadamente.

“Por lo tanto, un objetivo fundamental de la formación universitaria actual es que los estudiantes aprendan a aprender de forma independiente y sean capaces de adoptar de forma autónoma la actitud crítica que les permita orientarse en un mundo cambiante”.

En la opinión de las autoras el aprendizaje basado en problemas es un paso adelante en esta dirección.

El ABP es una metodología centrada en el aprendizaje, en la investigación y reflexión que siguen los alumnos para llegar a una solución ante un problema planteado por el profesor siendo estos quienes asumen la responsabilidad de ser

parte activa en el proceso.

Podemos decir que el ABP favorece el desarrollo de habilidades en cuanto a la búsqueda y manejo de información y además desarrolla las habilidades de investigación ya que, los alumnos en el proceso de aprendizaje, tendrán que, a partir de un enunciado, averiguar y comprender qué es lo que pasa y lograr una solución adecuada. Para intentar solucionar un problema los estudiantes pueden (y es aconsejable) necesitar recurrir a conocimientos de distintas asignaturas ya adquiridos. Esto ayuda a que los estudiantes integren en un “todo” coherente sus aprendizajes.

El ABP ayuda al alumno a desarrollar y a trabajar diversas competencias. Entre ellas, De Miguel (2005) destaca:

Resolución de problemas

Toma de decisiones

Trabajo en equipo

Habilidades de comunicación

Desarrollo de actitudes y valores: precisión, revisión, tolerancia...

Prieto (2006) citando a Engel y Woods añade:

Identificación de problemas relevantes del contexto profesional

La conciencia del propio aprendizaje

La planificación de las estrategias que se van a utilizar para aprender

El pensamiento crítico

El aprendizaje auto-dirigido

Las habilidades de evaluación y autoevaluación

El aprendizaje permanente

3. Desarrollo del trabajo

El proyecto se corresponde con actividades de carácter exploratorio, descriptivo, cuasi-experimental y evaluativo.

Dado el enfoque teórico y la temática a investigar, la perspectiva metodológica es de carácter eminentemente cualitativa. Entre las tácticas y estrategias metodológicas a utilizar

en diferentes momentos del trabajo, se destacan las siguientes:

1º Etapa – Profundización del marco teórico:

Elaboración teórica del objeto de estudio: con el objetivo de profundizar el tema y ampliar el marco teórico; tanto en la cuestión general, “resolución de problemas matemáticos”, como en las conceptualizaciones de las estrategias heurísticas necesarias y suficientes para los estudiantes de las carreras de grado y la posibilidad de su enseñanza y aprendizaje.

2º Etapa- Trabajo de campo:

a) Observación no participante: de situaciones didácticas en contextos áulicos reales que permitan la obtención de registros escritos, audios y videos; con el fin de efectuar un reconocimiento del comportamiento de los alumnos frente a la resolución de problemas en las materias del Área Matemática del nivel en estudio.

b) Observación participante: en la modalidad “participante como observador” en cuanto se registra y reflexiona sobre la propia actuación en el ámbito del salón de clases con vínculo en la resolución de problemas y el uso de estrategias heurísticas.

3º Etapa:

a) Aplicación de pretest: a un grupo de estudiantes, con el fin de recabar registros escritos de su desempeño como resolutores de problemas de índole matemático y que se vinculen con aplicaciones prácticas del futuro ingeniero, y evidenciar las estrategias espontáneas puestas en juego por los alumnos en la labor.

b) Entrevistas: de carácter abierto en algunos casos, y cerrado o estructurado en otros, con la finalidad de indagar e identificar las estrategias heurística espontáneas de los alumnos y el tipo de registros usados (algebraico, numérico, gráfico, entre otros) en la resolución de problemas. Dichas entrevistas se planificarán y diseñarán acorde a la información recaba en el pretest.

4º Etapa:

a) Aplicación controlada: equivalente al concepto de “experimentación” del paradigma cuantitativo. Etapa de diseño de un plan de acción para la enseñanza expresa de algunas estrategias heurísticas valiosas para la resolución de problemas matemáticos o para la optimización en el manejo de las estrategias heurísticas que los estudiantes ya poseen. Mediante la selección de un grupo control, el que continuará con la enseñanza tradicional y, otro experimental, en el que pondrá en práctica el plan para la enseñanza y el aprendizaje de estrategias heurísticas, se dispondrá de la información necesaria para realizar un análisis comparativo de casos. La comparación radica en la constatación de qué heurísticas el estudiante ya poseía antes de la experimentación y cuáles ha incorporado a sus competencias de resolutor como resultado del proceso diseñado para tal fin.

Diseño experimental

O1-----X-----O2

O3-----O4

O1, O3: pretests / X: tratamiento / O2,

O4: postests

Descripción sintética de procedimiento: los estudiantes son divididos en los dos grupos, el experimental y el de control. Al inicio del estudio se aplican los pre-tests a los dos grupos (O1, O3). Posteriormente se introduce el tratamiento (enseñanza y aprendizaje de estrategias heurísticas para la resolución de problemas matemáticos vinculados a las carreras de grado y al ejercicio profesional) al grupo experimental. Al finalizar el periodo experimental, se aplican los postests a ambos grupos.

b) Encuestas y entrevistas: a los estudiantes para recolección exhaustiva de información codificable sobre algunos tópicos descriptivos y opinables

5° Etapa:

a) Triangulación: como prueba cruzada de datos, resultados e información para corroboración de datos y perspectivas, para la confrontación de casos y resultados y, con el

objetivo sistémico de validar o rediseñar el plan de acción usado en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las estrategias heurísticas en cuestión.

b) Modelización: de un instrumento pedagógico que, avalado por los resultados de la investigación sirva como guía orientativa y provisional a los docentes universitarios abocados a la enseñanza de la Matemática a través de la resolución de problemas en el primer nivel universitario.

4. Discusión

En el año 2014 participaron voluntariamente 98 estudiantes de 1er año de las carreras de ingeniería.

Los siguientes gráficos se representan los procedimientos, estrategias, y medios auxiliares heurísticos, respectivamente que los estudiantes tenían incorporados al momento de cursar el 1er año de la carrera.

Es importante dejar en claro que los resultados expresados no son excluyentes, que queremos decir con esto, ejemplo: quien recurrió a la analogía puede haber utilizado también la deducción en otro ejercicio, así como todos los procedimientos mencionados.

Figura 1. Procedimientos heurísticos.

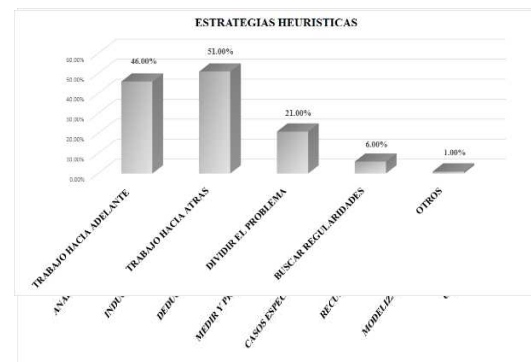


Figura 2. Estrategias heurísticas.

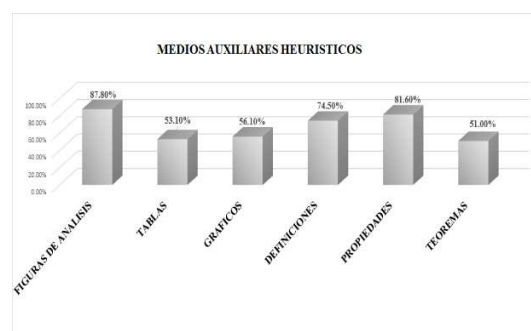


Figura 3. Medios Auxiliares Heurísticos.

5. Conclusiones.

Las conclusiones extraídas de los ejercicios propuestos en el test diagnóstico fueron las siguientes:

- Los modelos geométricos son interpretados correctamente pues la mayoría de los estudiantes transforma el problema al lenguaje geométrico mediante figuras de análisis y distingue entre perímetro y área.
- No hay problemas importantes con la transferencia de datos desde la figura de análisis y las funciones que usan como modelos.
- Se evidencian problemas para transferir problemas del lenguaje coloquial al algebraico (ecuaciones).
- Se observan dificultades en la comprensión e interpretación de los enunciados.
- Se advierte la falta de verificación de resultados.
- Se percibe una tendencia general a plantear casos particulares y no usar generalizaciones.

La misma experiencia se volvió a realizar en el año 2015, arrojando resultados similares en algunas de las categorías.

No se hace una descripción detallada de los resultados obtenidos en tal año ya que la muestra de estudiantes voluntarios se redujo a la mitad, pudiendo estos no ser representativos de la realidad de dicho año.

6. Bibliografía.

Hernández y Villalba 1994. George Polya: El padre de las estrategias para la solución de problemas.

Resolución de problemas según Polya. -Extraído del sitio web:
<http://estrategiamatematica.wikispaces.com/Resolucion+de+Problemas+segun+Polya>

Brousseau, G. 1997 Theory of Didactical Situations in Mathematics. Didactique des Mathématiques 1970-1990. Edited and translated by N. Balacheff, M. Cooper, Sutherland and V. Warfield. ISBN0-7923-4526-6

Libro Murcia, 2011: la metodología del aprendizaje basado en problemas, autores de la Universidad Politécnica de Madrid. Sitio web:
www.ub.edu/dikasteia/LIBRO_MURCIA.pdf
Ultimo acceso 30 de Junio 2016

Vizcarro C. Juárez E. El Libro “La metodología del aprendizaje basado en problemas”, Capitulo 1 en donde participaron como escritoras

Schoenfeld, A. Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in Mathematics. En D. Grouws (Ed.), Handbook for research on mathematics teaching and learning. MacMillan (1992).

Fridman, L. M.: Metodología para resolver problemas de matemáticas. Grupo Editorial Iberoamérica. (1996)

Gaulin, D. Calude Tendencias actuales de la resolución de problemas. Revista SIGMA Nro 19 Septiembre de 2001 Iruila. ISSN 1131-7787, págs. 51-63

Wikipedia:https://es.wikipedia.org/wiki/Aprendizaje_basado_en_problemas

Monereo Carles 1998 Estrategias de enseñanza y aprendizaje España: SEP. Cooperación Española, Biblioteca del normalista, 1998, PP23-27

Prieto, L 2006. Aprendizaje activo en el aula universitaria: el caso del aprendizaje basado en problemas, en Miscelánea Comillas. Revista de Ciencias Humanas y Sociales Vol.64. Núm. 124 págs. 173-196

De Miguel (Coord.) Metodologías de enseñanza para el desarrollo de competencias. Orientaciones para el profesorado universitario ante el Espacio Europeo de Educación Superior. Madrid: Alianza.

Dewey. J 1910 ¿Cómo pensamos? Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo. Barcelona: pai2.1989

Sanjurjo, O. y Vera, M 1994. M.T. Aprendizaje significativo y enseñanza en los niveles medio y superior. Homo Sapiens Bs. As.