

## CONTROLADOR NEURO FUZZY PARA EL SISTEMA DE BOLA Y BARRA

José Jorge Penco

[jpenco@frcon.utn.edu.ar](mailto:jpenco@frcon.utn.edu.ar)

Grupo de Investigación en Modelado, Simulación y Control (GIMOSIC)  
Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Concordia

**Resumen:** Se diseña un controlador neuro-difuso capaz de reproducir el comportamiento de un PID para estabilizar el mecanismo no lineal de bola y barra utilizado como planta didáctica en el estudio de sistemas de control. Empleando el método de generación y entrenamiento de un sistema de inferencia difuso adaptivo (ANFIS), mediante las herramientas computacionales de Matlab®, se utilizan muestras de las señales de entrada y salida obtenidas por simulación del funcionamiento de un PID convencional. Finalmente se proponen y validan diferentes estructuras de redes neuronales analizando los índices de error y la complejidad de las topologías para determinar el modelo más apropiado.

Palabras claves: controlador neuro-difuso, red adaptiva, modelo anfis, red neuronal, sistema de bola y barra.

### 1. INTRODUCCIÓN

En este sistema una bola ubicada sobre una barra rígida puede rodar libremente sobre ella. Diversos mecanismos transmiten el movimiento giratorio producido por un motor y lo convierten en un ángulo de inclinación que se aplica a la barra para gobernar el desplazamiento de la bola (Oporto Peredo, 2015).

Por su naturaleza se trata de un sistema completamente inestable a lazo abierto y por lo tanto el objetivo del control es regular automáticamente la posición de la bola actuando sobre el ángulo de inclinación de la barra. Debe entonces disponerse de los sensores apropiados para realimentar el valor de estas variables.

Una de las soluciones posibles para operar este sistema consiste en la utilización de controladores convencionales PID o PD empleando una estrategia de control en cascada constituida por un doble lazo cerrado. En este tipo de control se utilizan dos controladores, uno interno o esclavo y el otro externo

o maestro. La acción del controlador externo fija el punto de ajuste o referencia que debe seguir el controlador interno. Luego la función del lazo interno es controlar el ángulo de inclinación de la barra, en tanto que el lazo externo controla la posición de la bola a lo largo de la barra (Amjad *et al*, 2010).

Conforme a la estrategia propuesta en la Fig. 1, para controlar adecuadamente la posición de la bola, la respuesta del lazo interno debe ser suficientemente más rápida que la respuesta del lazo exterior.

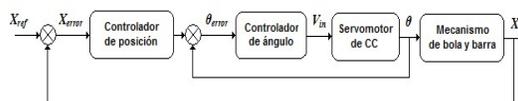


Fig. 1. Estrategia de control del sistema

Este trabajo propone diseñar un sistema neuro-difuso adaptivo (ANFIS) para reemplazar el controlador del lazo externo. Éstos consisten en un sistema de inferencia construido con reglas difusas que incorpora las capacidades de aprendizaje de las redes neuronales (Jang, 1993).

## 2. MODELADO TEÓRICO

### 2.1 Modelo matemático del dispositivo.

Para el modelado teórico del sistema se utilizó la formulación de Lagrange por resultar ventajosa frente al empleo de las leyes de Newton. Esta consiste en obtener la diferencia entre las energías cinética y potencial del sistema, por lo tanto no es necesario conocer de forma explícita las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. Se considera que la bola gira sin resbalamiento y despreciable el efecto del rozamiento (Puglesi y Bernasconi, 2012).

Dado que el actuador es un motor de CC, no hay elasticidad en el sistema y por lo tanto la energía cinética se plantea como

$$U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J_{bo}\omega^2 + \frac{1}{2}J_{ba}\theta^2 \quad (1)$$

donde

$m$  = masa de la bola  
 $v$  = velocidad de traslación de la bola  
 $\omega$  = velocidad angular de la bola  
 $\theta$  = ángulo de la barra  
 $J_{ba}$  = momento de inercia de la barra  
 $J_{bo}$  = momento de inercia de la bola

El sistema emplea dos sensores que miden la posición  $x$  de la bola y el ángulo  $\theta$  de inclinación de la barra, por lo que se escribe la ecuación (1) en término de estas dos variables

$$\left(m + \frac{J_{bo}}{r^2}\right)\ddot{x} = mg\theta \quad (2)$$

En la ecuación (2) se asume que el sistema de control, para pequeñas perturbaciones, actúa de tal forma que lleva la bola al reposo con un mínimo de movimiento de la barra. De este modo, el ángulo de la barra y sus derivadas son de valor reducido siendo válida la simplificación  $\sin\theta \approx \theta$ . Considerando la transformada de Laplace de la ecuación (2) se obtiene la expresión de la función de transferencia de la planta

$$Gp(s) = \frac{X(s)}{\theta(s)} = \frac{mg}{m + \frac{J_{bo}}{r^2}} \cdot \frac{1}{s^2} \quad (3)$$

siendo

$$J_{bo} = \frac{2}{5}mR^2 \quad (4)$$

y aplicando los valores numéricos del sistema que se ha considerado (Puglesi y Bernasconi, 2012)

$R$  = radio de la bola = 2 cm  
 $r$  = despeje entre bola y barra = 1.73 cm  
 $g$  = 9.793 m/s<sup>2</sup>

$$Gp(s) = \frac{X(s)}{\theta(s)} = \frac{5.3984}{s^2} \quad (5)$$

### 2.2 Modelo matemático del motor.

Este modelo, que ha sido profusamente desarrollado en la bibliografía, presenta una dinámica que puede representarse por la ecuación (6).

$$Gm(s) = \frac{\theta(s)}{V_m(s)} = \frac{k_m}{s \cdot [(R_{in} + L_{in}s) \cdot (J_m s + F_r) + k_b k_m]} \quad (6)$$

$L_{in} - R_{in}$  = inductancia y resistencia del inducido  
 $J_m - F_r$  = momento de inercia y rozamiento  
 $k_b - k_m$  = constantes de fem y par

Dado que en la mayoría de los motores de CC la constante de tiempo eléctrica  $T_{in} = L_{in}/R_{in}$  es mucho menor que la constante de tiempo mecánica  $T_m = J_m/F_r$ , la respuesta queda dominada por el polo mecánico (Obando Correa, 2010).

Mediante un procedimiento de identificación (Puglesi y Bernasconi, 2012) se obtuvieron los siguientes valores en promedio,  $k_m = 25.66$  y  $T_m = 0.14s$  para el modelo simplificado, resultando

$$Gm(s) = \frac{\theta(s)}{V_{in}(s)} = \frac{k_m}{s(T_m s + 1)} = \frac{25.66}{s(0.14s + 1)} \quad (7)$$

## 3. CONTROL DEL SISTEMA

Para controlar el funcionamiento de este sistema, inherentemente inestable por su naturaleza, se han desarrollado diferentes estrategias como la incorporación de compensadores de adelanto de fase, diseño de reguladores cuadráticos lineales (LQR) o gaussianos (LQG), diseño de observadores de estado con control realimentado, controladores PD o PID convencionales, técnicas de control difuso, controladores adaptivos, etc. (Keshmiri *et al*, 2012; Wei Wang, 2007). En este trabajo se emplea un sistema de inferencia difuso que utiliza una red neuronal adaptiva (ANFIS) (Jang, 1993), el cual puede diseñarse a partir de los los datos recolectados, ya sea desde la operación misma del dispositivo físico o desde una simulación generada a partir de los modelos matemáticos. Este último es el método utilizado cuando no se dispone del equipo necesario, no obstante permite verificar un procedimiento de diseño que, en una etapa posterior, puede validarse a partir de un modelo real del sistema.

En primer término utilizando el software Matlab® y aplicando la técnica del lugar de raíces (Ogata, 2003) se diseñó un controlador PD para gobernar el funcionamiento del servomotor en el lazo interno del sistema, Fig. 2, obteniéndose el ángulo necesario de inclinación para la barra. A partir de los requerimientos propuestos  $M_p \approx 3\%$  y  $t_s \leq 0.5s$ , se obtuvo la siguiente función de transferencia para el controlador

$$G_{pd}(s) = 0.1s + 1 \quad (8)$$

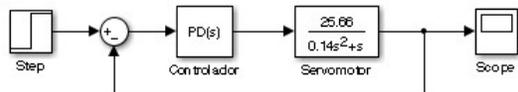


Fig. 2. Lazo de control del ángulo de inclinación

En la Fig. 3 se pueden observar los parámetros característicos correspondientes a la respuesta del lazo del servomotor.

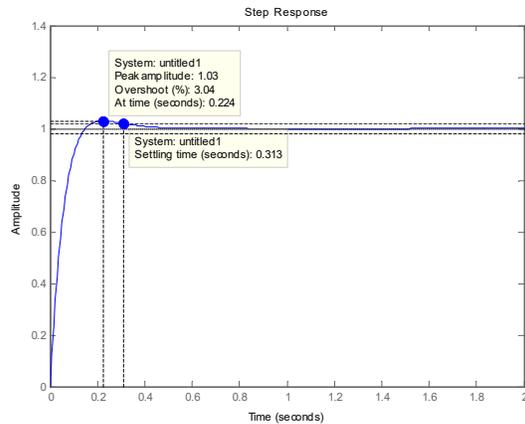


Fig. 3. Respuesta temporal del lazo interno

Posteriormente se diseñó un controlador PID para adecuar la respuesta del lazo externo que tiene como realimentación la información de posición de la bola sobre la barra. Con igual técnica se adoptó la siguiente función de transferencia

$$G_{pid}(s) = 0.75 + \frac{0.5}{s} + 0.6s \quad (9)$$

La Fig. 4 indica el diagrama de bloques completo utilizado para la simulación, cuya respuesta se observa en la Fig. 5.

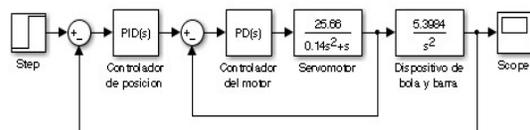


Fig. 4. Estabilización del lazo externo del sistema

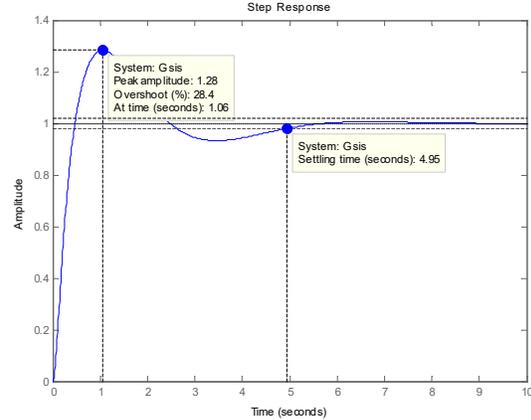


Fig. 5. Respuesta temporal del lazo externo

## 4. DISEÑO DEL CONTROLADOR ANFIS

### 4.1 Recolección de datos

La primera fase del procedimiento consistió en obtener una serie de datos proporcionados por el funcionamiento del sistema diseñado, los cuales se utilizan posteriormente para el entrenamiento de la red neuronal que reemplazará al controlador PID convencional. Esta información se obtuvo a partir de la simulación realizada con Simulink® según el diagrama de la Fig. 6, donde los datos de interés son recolectados y exportados al *workspace* para su tratamiento (MathWorks, 2015).

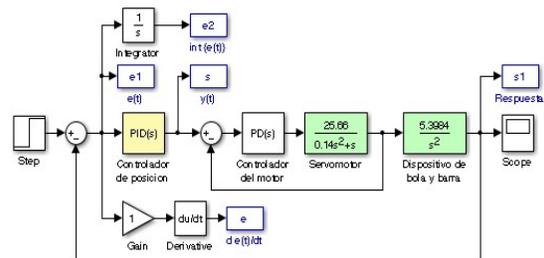


Fig. 6. Diagrama utilizado para recolección de datos

### 4.2 Creación y entrenamiento de la red neuronal

Con la información previa y utilizando la interface gráfica *ANFIS Editor* que integra el paquete *Fuzzy Logic Toolbox* se efectuó el procedimiento de creación y entrenamiento de una red neuronal adaptativa del tipo Takagi-Sugeno-Kang utilizando reglas de aprendizaje difusas.

Durante este proceso se ensayaron diversas estructuras de red neuronal, variando la cantidad de funciones de membresía y los métodos de aproximación, lo cual permitió evaluar el desempeño de diferentes alternativas seleccionándose las que produjeron menores índices de error durante el

entrenamiento.

La Tabla 1 muestra un resumen de las variantes más significativas obtenidas; en todos los casos se consideró una función de membresía del tipo lineal para la salida de la red y se empleó el método híbrido de optimización.

Tabla 1. Variantes de entrenamiento

Variante	MF inputs	Estructura	Epochs	Error
1	gauss2	[4 4]	40	0.25467
2	pi	[3 5]	60	0.15867
3	pi	[4 5]	60	0.15853
4	gbell	[3 3]	150	0.29541
5	gbell	[2 2]	450	0.29377
6	gauss	[3 3 3]	10	0.0018052

## 5. VALIDACIÓN Y ANÁLISIS

Para validar los modelos neuro-difusos propuestos se realizaron las simulaciones de funcionamiento utilizando, en principio, la señal de error de posición y su derivada como entradas de excitación para la red ANFIS que controla el lazo, y empleando el diagrama que se indica en la Fig. 7.

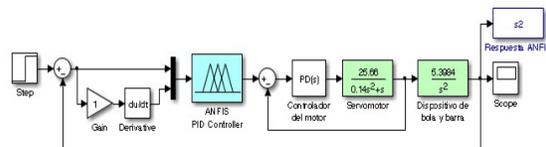


Fig. 7. Diagrama para validación. Variantes 1 a 5

En el caso de la variante 6 se tomaron como entradas la señal de error, su derivada y su integral para el entrenamiento de la red por lo que se utilizó el diagrama de la Fig. 8 para realizar la validación del modelo.

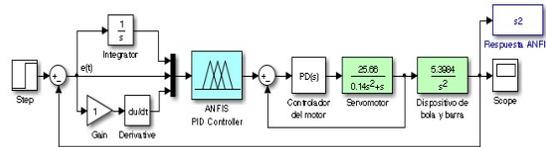


Fig. 8. Diagrama de bloques para validación. Variante 6

Con el objetivo de evaluar los resultados, en las Fig. 9 a 14 se observan las curvas comparativas de respuesta que produjo el sistema controlado con un PID convencional y con la red neuronal ANFIS, para cada una de las configuraciones seleccionadas en la Tabla 1. También se presentan las estructuras internas de cada una de las redes para comparar el grado de complejidad en cada caso.

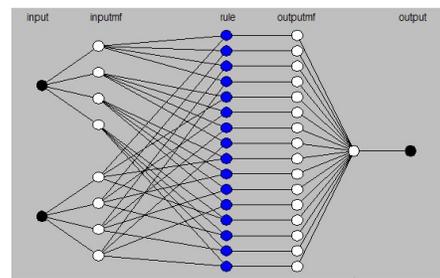
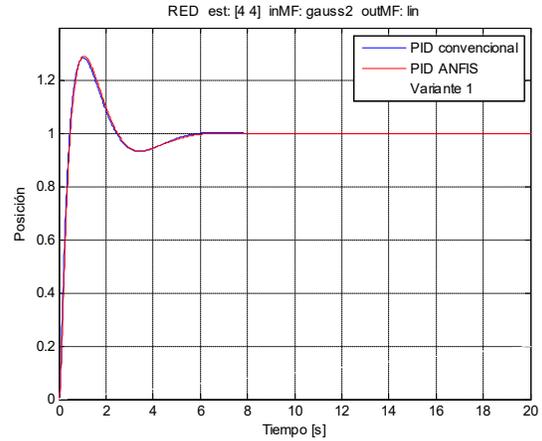


Fig. 9. Respuesta y estructura de la RED gauss2 [4 4]

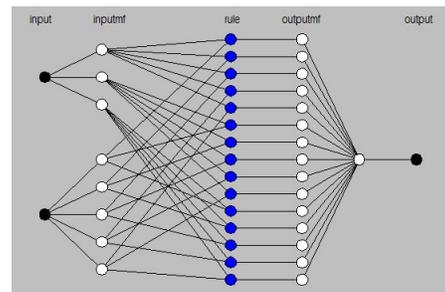
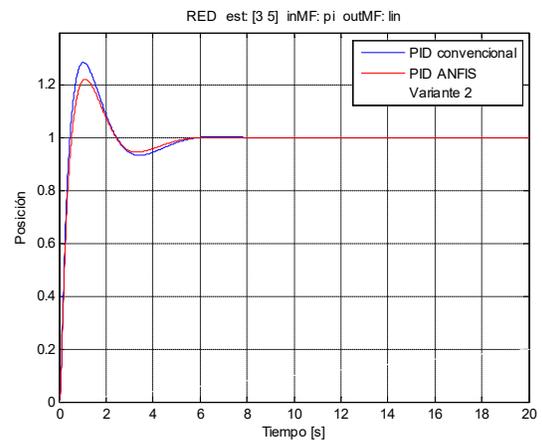


Fig. 10. Respuesta y estructura de la RED pi [3 5]

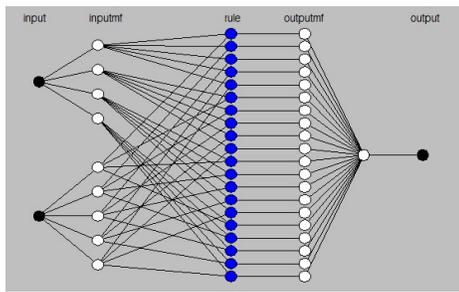
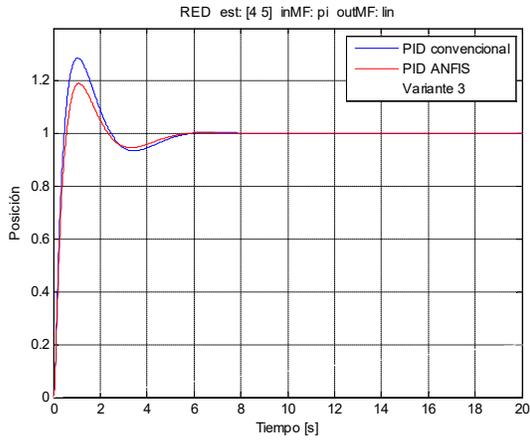


Fig. 11. Respuesta y estructura de la RED pi [4 5]

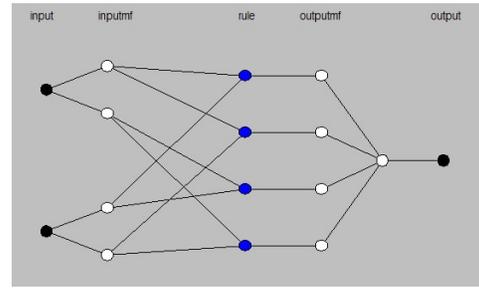
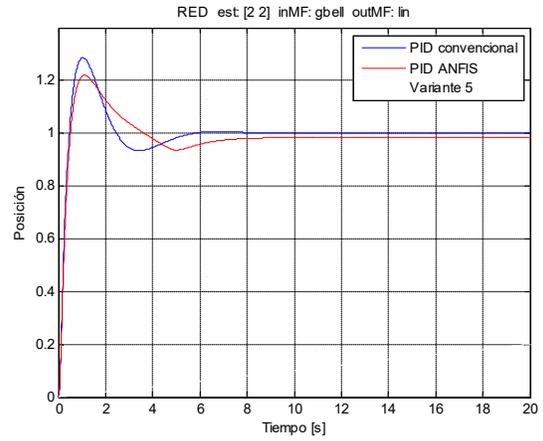


Fig. 13. Respuesta y estructura de la RED gbell [2 2]

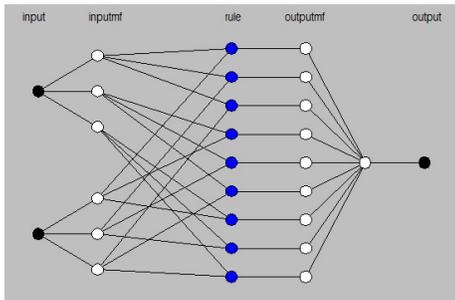
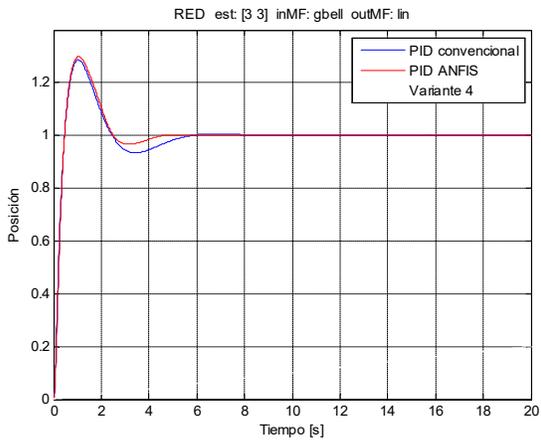


Fig. 12. Respuesta y estructura de la RED gbell [3 3]

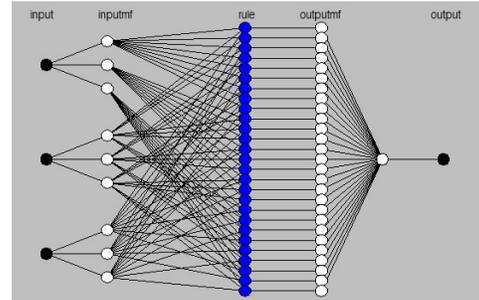
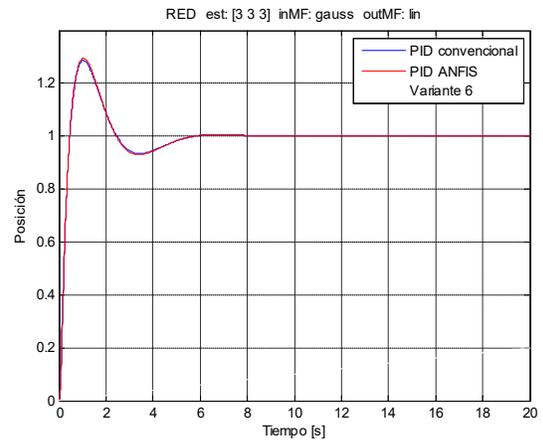


Fig. 14. Respuesta y estructura de la RED gauss [3 3 3]

Es de notar que en todos los casos se verificó una relativa diferencia que se manifestó fundamentalmente en el periodo transitorio, no obstante los valores máximos de sobrepaso y del tiempo de establecimiento se mantuvieron cercanos o aún inferiores a los alcanzados con el controlador convencional.

Para la variante 6 el efecto de incluir la información de la integral del error de posición disminuyó significativamente el error de entrenamiento de la red, sin embargo el aumento en la complejidad de la estructura, en comparación con la variante 1, no presentó mejoras notables en la curva de respuesta.

Las variantes 2 y 3 con funciones de membresía de entrada tipo *spiline* mejoran los valores de sobrepaso respecto de la curva con PID convencional. En tanto que para la variante 4 con 2 funciones de entrada tipo *gbell* se obtuvo una desmejora en el tiempo de establecimiento, sin embargo aumentando a 3 las funciones de entrada se logró reducir este parámetro.

Las variantes 2 o 4 podrían ser recomendadas considerando un compromiso entre precisión y complejidad de estructura.

## 6. CONCLUSIONES

Los procedimientos de recolección de datos, generación y entrenamiento de las redes neuronales se efectuaron conforme a la metodología habitual. El resultado obtenido fue aceptable, lográndose diseñar un controlador neuro-difuso con capacidad de desempeñarse correctamente en el lazo de control del problema planteado.

La utilización de redes neuronales combinadas con reglas difusas permite modelar y/o controlar plantas o procesos, aún inestables y no lineales, de los cuales no se dispone de la suficiente información para desarrollar un modelo preciso.

## REFERENCIAS

- Amjad, M., M.I. Kashif, S.S. Abdullah y Z. Shareef (2010). *Fuzzy Logic Control of Ball and Beam System*. 2nd. I.C.E.T.C.
- Jang, J.-S. R. (1993). *ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System*. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. **Vol. 23, N° 3**, pp. 665-685.
- Keshmiri, M., A. Jahromi, A. Mohebbi, M. Amoozgar y Wen-Fang Xie (2012). *Modeling and Control of Ball and Beam System using Model based and Non-model based Control Approaches*.

- International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems, **Vol. 5, N° 1**.
- MathWorks (2015). *Fuzzy Logic Toolbox. User's Guide*. The Math Works Inc. EE UU.
- Obando Correa, O.A., y H. Romero Brand (2010). *Desarrollo de un sistema ball and beam, para implementar estrategias de control mediante LabVIEW*. Tesis de especialización. Universidad Pontificia Bolivariana.
- Ogata, K. (2003). *Ingeniería de Control Moderna*. 4ta. Ed., Prentice Hall, México.
- Oporto Peredo, M. (2015). *Diseño de control para una planta Bola y Viga*. E.T.S.I.I.T. Universidad de Cantabria.
- Puglesi, E. y M. Bernasconi (2012). *Equipo educativo para la enseñanza de la mecatrónica*. Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica. **Vol. 16, N° 2**, pp. 57-70.
- Wang, W. (2007). *Control of Ball and Beam System*. Tesis de Maestría. School of Mechanical Engineering. The University of Adelaide. Australia.