

## **Desarrollo de caso de modelado numérico con concentradores de tensión en montaje de cubo en escalón.**

Adrián Flamant<sup>a</sup>, Valeria Simó<sup>a</sup>, Cristian Giner<sup>a</sup>, Matias Caparros<sup>a</sup>, Sergio Giudici<sup>a</sup>, Carlos Bello<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Grupo DIDEME, Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Mendoza. Rodríguez 273,  
5500 Mendoza, Argentina.  
adrian.flamant@docentes.frm.utn.edu.ar; cab@frm.utn.edu.ar

**Resumen.** La asignatura Elementos de Máquinas dentro de la carrera de Ingeniería Electromecánica estudia el fenómeno de control de entallas para estudiar efectos locales de falla de los componentes. Este trabajo se desarrolló para generar casos donde se estudia el caso en que el cubo de una rueda dentada o polea no se apoye contra el talón del escalón. Se planteó como objetivo, trabajar modelos que ejemplificaran estos criterios en la actividad de diseño en ingeniería. Para ello se estudió la combinación de efectos en un árbol de transmisión con solicitaciones de flexo torsión cuando se utiliza un escalón junto a un chavetero. En el cálculo clásico se utilizan coeficientes de concentración de tensiones recopilados en la bibliografía especializada pero sólo se tienen en cuenta efectos de entallas simples y no que sucede con la interacción entre el cubo y el eje. Se pretende aquí desarrollar y discutir mediante modelación numérica los criterios que dominan estas estrategias comparando los resultados obtenidos cuando el cubo se encuentra contra el talón y cuando el cubo se aleja de dicha superficie. Se buscó además trabajar las habilidades de modelación geométrica utilizando tiempo curricular en la asignatura guiada por docentes investigadores y becarios del Grupo DIDEME.

**Palabras clave:** Simulación numérica – cubo – talón - coeficiente de concentración de tensiones - modelado numérico.

### **1 Introducción**

En la práctica de la ingeniería, cuando se diseñan elementos de máquinas, la determinación de la forma de los árboles y ejes impone cambios de sección que crea condiciones de discontinuidades con procesos de concentración de solicitaciones. En el caso de los árboles la combinación de los principales esfuerzos a que están sometidos, tales como flexión y torsión, generan en estas discontinuidades propias del diseño, zonas donde los esfuerzos se incrementan de manera significativa en comparación a los de secciones contiguas.

Este estudio trata además, un caso que no se encuentra en la bibliografía consultada que analice y presente coeficientes de concentración de tensiones al variar las distancias entre el escalón y el chavetero. El caso de estudio abordado es para un árbol con un escalón cuando no se coloca el cubo de un engranaje o polea en contacto con el talón.

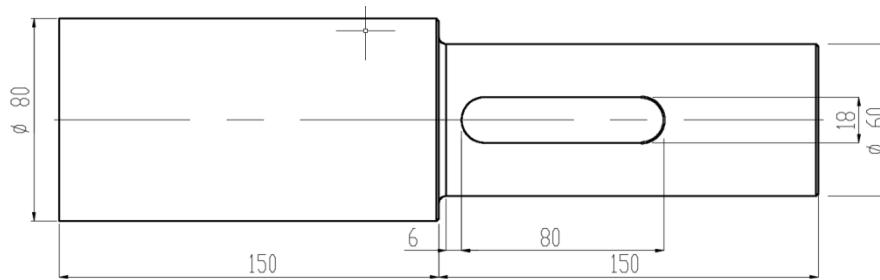
La ciencia de la Resistencia de Materiales ha utilizado estrategias diversas para evaluar los coeficientes de magnificación de las tensiones, posibilitando el análisis de las condiciones de sollicitación al momento de dimensionar los componentes y es un tema de estudio importante de la asignatura Elementos de Máquinas.

El método matemático para determinar las tensiones localizadas se sustenta en la teoría de la elasticidad y en general requiere de ecuaciones diferenciales de difícil solución. Cabe destacar que los modelos matemáticos suponen hipótesis simplificadoras tales como que la pieza es de un material homogéneo, isótropo y totalmente elástico, por lo que el valor de la tensión obtenida depende sólo de la forma geométrica. Esto implica que los efectos de las discontinuidades de los materiales reales no se tienen en cuenta, considerando a esta hipótesis como posible por ser pequeños los errores inducidos.

Son muy usadas otras estrategias para resolver los casos donde se presentan discontinuidades, tales como los métodos experimentales para determinar el efecto de la concentración de tensiones, estos permiten validar los modelos matemáticos y definir las restricciones propias del uso de dichos modelos. Algunos de estos procedimientos utilizados son, por ejemplo, los estudios de fotoelasticidad y las analogías con membrana elástica.

El objetivo principal del trabajo fue utilizar un caso de diseño muy usado en la asignatura de Elementos de Máquinas, para capacitar a docentes y becarios del Grupo DIDEME de la UTN Facultad Regional Mendoza, en las estrategias de estudios y simulaciones mediante métodos numéricos. Para este objetivo se planteó obtener qué sucede cuando el cubo de la rueda no se ha llevado a tope, sino que por problemas de desalineación entre poleas o ruedas se mueve una para lograr el paralelismo entre ellas sin mover el reductor o motor de su base.

El caso de estudio fue un modelo de árbol de salida de un reductor calculado para un proyecto final de la materia de Elementos de Máquinas en la siguiente figura.



**Fig. 1:** Vista lateral del árbol estudiado, donde se presentan las dimensiones.

## 2 Modelos que describen la entalla

Se han revisado y utilizado las experiencias específicas existentes sobre los coeficientes de concentración de tensiones para árboles sometidos a flexo torsión que presentan discontinuidades. Estos coeficientes se encuentran en el compendio de estudios de concentración de tensiones que se expone en Stress Concentration Factors [5], pero sólo para el árbol analizado sin la interacción con la rueda.

Para el caso planteado, se procedió a estudiar los efectos de concentración de tensiones en el escalón el árbol que cuenta con la presencia de un chavetero en la parte de menor sección, variando la distancia del cubo de la rueda desde cero hasta 3 mm de separación con respecto al talón.

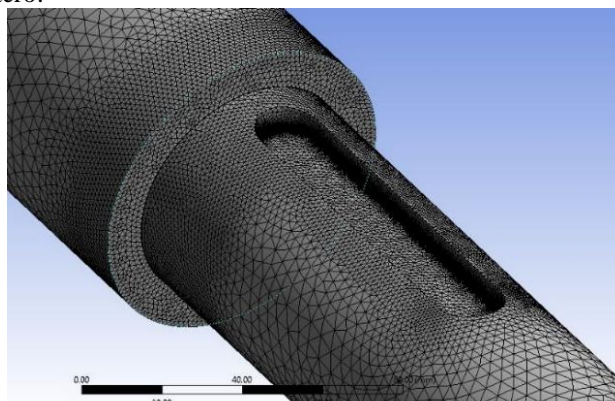
Para este caso, se despreció la influencia del factor de concentración de tensiones entre el chavetero y el acuerdo del escalón del árbol. Sólo se analizó el caso para un radio de acuerdo dado del escalón variando solamente la distancia que se aleja el cubo del talón.

### 2.1 Diseño del modelo con chavetero y escalón mediante MEF

Para la construcción del modelo se probaron varias alternativas de diseño. Se determinó una configuración que fuese la más adecuada en dimensiones, que limitara la cantidad de elementos a un valor suficientemente elevado de modo tal que los resultados obtenidos sean confiables y que no sobre exigiera al equipamiento de procesamiento. Finalmente, se optó por una pieza con los valores de diámetros del modelo estudiado (*ver Fig. 1*). La longitud total del modelo es de 5 veces el valor del diámetro menor y el escalón se encuentra ubicado en la mitad del árbol. Se hizo necesario alejar la discontinuidad de los extremos donde se aplican las condiciones de restricción y sollicitación para reducir los errores que se introducen por las condiciones de contorno.

Se seleccionó una relación de 1,33 entre el diámetro mayor y menor del escalón. El material seleccionado para la simulación es un acero AISI 4340 laminado en caliente ( $E=2100000 \text{ kgf/cm}^2$  y  $\mu=0,3$ ), este dato es necesario porque el módulo de cálculo tiene definidos los valores de E (Módulo de elasticidad longitudinal) y  $\mu$  (coeficiente de Poisson).

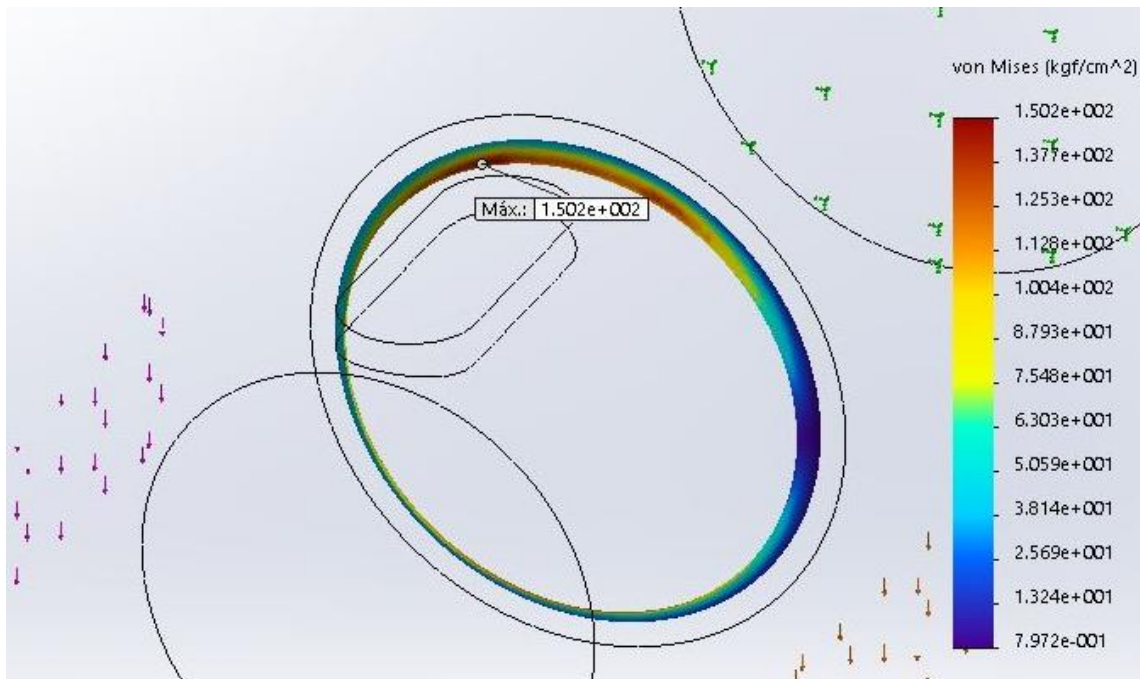
Diseñado el prototipo, se aplicaron las condiciones de restricción y de sollicitación. La condición de restricción seleccionada fue una tipo empotramiento ubicada en el extremo de mayor diámetro y dos sollicitaciones, una de flexión de 200 kgf en el extremo de diámetro menor y otra de torsión perpendicular, sobre la cara del chavetero de 100 kgf. Esto se realizó para simular una condición típica de carga en el árbol de salida de un reductor. Además, se utilizó un control de mallado en las zonas donde se producen mayores concentraciones de tensiones, que en este caso están presentes en los radios de acuerdo del escalón y en los radios de acuerdo del chavetero.



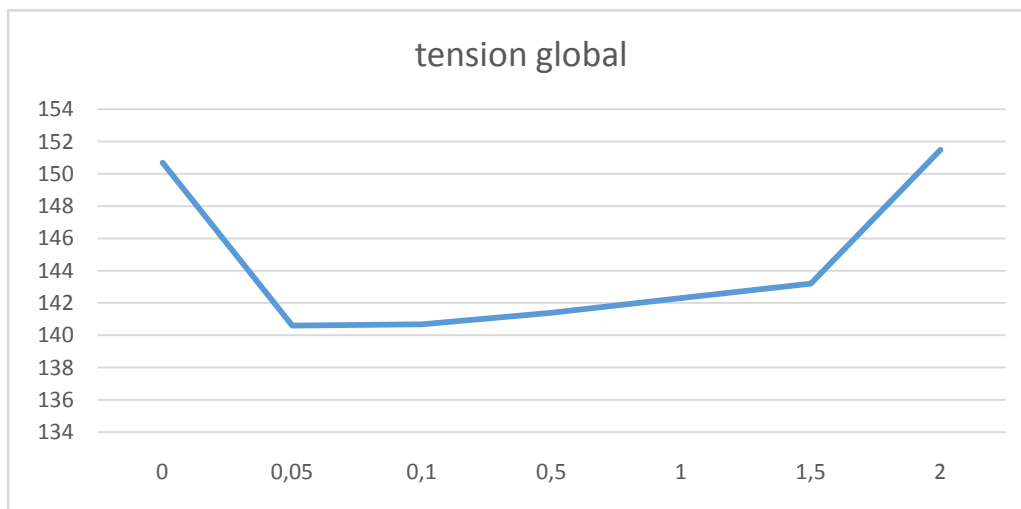
**Fig. 2:** Malla del sólido de ensayo, modelización en la zona del acuerdo.

### 3 Resultados en el modelo de escalón y chavetero mediante MEF

Como se trata de la utilización de un material tenaz, de respuesta dúctil, se utilizó el criterio de Von Mises. El módulo de cálculo resolvió y determinó los valores de tensión punto a punto. Además, mostró los valores máximos y su ubicación para las condiciones de ensayo.



**Fig. 4:** Configuración de tensiones. Ubicación de la máxima tensión del árbol.



**Fig. 5:** Gráfica de pos-proceso de resultados de tensiones (en kgf/cm<sup>2</sup>) aumentando distancia entre el cubo y talón (en mm).

En la figura 4 se ven los grafismos para la visualización de las tensiones resultados del proceso de cálculo iterativo, donde para los valores de las tensiones se utilizan colores, en este caso de variación discreta. En la figura 5 se observan distintas configuraciones de resultados, donde se ve la variación de tensiones cuando aumenta la distancia en mm entre el talón y el cubo.

### 4 Discusión de resultados

El estudio de esta práctica, donde habitualmente se asume que el cubo debe ir pegado al escalón para evitar que los esfuerzos en el acuerdo no se incrementen, surgió para corroborar los posibles efectos adversos si el cubo no estaba en contacto con el talón del escalón. Este tipo de montaje, es lo que se recomienda y asume cuando se proyecta, calcula y arma una máquina donde en el eje lleva una polea, un engranaje o un acoplamiento.

En la bibliografía existente se presentan valores de coeficientes de concentraciones de tensiones [5] que han sido obtenidos mediante métodos experimentales, la mayoría mediante fotoelasticidad. Pero no se encuentran resultados para este tipo de interacción.

Cuando realizamos el análisis de tensiones variando la distancia entre el talón y el cubo, nos sorprendió y nos llevó a simular varias veces el modelo planteado. Esto se debió a que se observa que hay un cambio en los valores de la concentración de tensiones en el radio de acuerdo del escalón, presentando una disminución en el valor de la concentración de tensiones cuando el cubo se desplaza una mínima distancia desde el talón.

Este estudio sí verificó que el montaje del cubo no se debe realizar muy alejado del escalón, debido a que la tensión en el acuerdo posteriormente aumenta cuando la distancia del cubo al talón el cubo. Esto se debe a que se genera un aumento del momento flector por alejarse la carga de la cadena o correa del escalón.

## 5 Conclusiones

En la combinación de las entallas consideradas e interacción de dos sólidos, se observa a contrario de lo que se supone que en la práctica debería ocurrir, cuando el cubo se separa del talón, la tensión disminuye levemente. Esto nos ayuda a que si hay un pequeño desfasaje en el paralelismo de los planos transversales donde actúan las fuerzas tangenciales de los acoplamientos, podemos mover sin peligro alguno un cubo de alguna de las dos ruedas alejándolo del escalón para lograr que las dos secciones sean coincidentes.

Lo que nos ayuda a ver los resultados es que si bien podemos separar sin peligro alguno el cubo del talón, no debemos hacerlo demasiado, ya que se producen esfuerzos mayores sobre el acuerdo, pudiendo generar inconvenientes de rotura o fatiga en esa zona por aumento del momento flector.

## 6 Referencias:

- [1] Bello, C., Escardini, M. & Cuadrado, G., 2013. Estrategias a la introducción a la construcción de modelos matemáticos en 7mo Encuentro de Investigadores y Docentes de Ingeniería. Séptima ed. San Rafael: Universidad Tecnológica Nacional.
- [2] Dassault Systèmes - SolidWorks Corporation, 2010. Guía del estudiante para el aprendizaje del software SolidWorks. [En línea] Available at: [https://www.solidworks.com/sw/docs/Student\\_WB\\_2011\\_ESP.pdf](https://www.solidworks.com/sw/docs/Student_WB_2011_ESP.pdf) [Último acceso: 17 04 2017].
- [3] Gere, J. M. & Goodno, B. J., 2009. Mecánica de Materiales - Séptima edición. s.l.: Cengage Learning Editores, S.A..
- [4] Herrerías, A. B. C. A., 2013. Validación de un modelo matemático para los factores de concentración de esfuerzo en árboles escalonados sometidos a torsión.. En: G. & G. L. Cuadrado, ed. Enseñanza de ciencia empirica en carreras de ingeniería. Mendoza: UTN Facultad Regional Mendoza.
- [5] Pilkey, W. D. & Pilkey, D. F., 2008. Peterson's - Stress Concentration Factors. Third Edition ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc..
- [6] Shigley, J., 2008. Diseño en Ingeniería Mecánica.. México D.F.: Mc Graw Hill.
- [7] Timoshenko & Goodier, 1968. Teoría de la elasticidad. 2 ed. Bilbao: Grijelmo S.A..